Concursul “Unirea”
Focsani, 27 ianuarie 2007

Clasa a VII-a

1. a) Sa se arate ca pentru nici o valoare întreaga a lui n, raportul $\frac{2n^2-4n+3}{n^2-3n}$ nu este numar întreg.

b) Sa se determine $n\in N$ pentru care $\frac{2n^2-4n+4}{n^2-3n}\in Z$.

2. Fie $E(n)=(-1)^n \cdot n$, $n\in N^*$

a) Sa se calculeze media aritmetica a numerelor E(1),E(2),…,E(2006).

b) Sa se determine n, $n\leq 10000$, astfel încât E(1)+E(2)+…+E(n) sa se divida cu 2007

c) Pentru $k\in N^*\setminus\{1\}$, k fixat, sa se determine $n\in N^*$, astfel încât $1+3+5+\ldots+(2k-1)+E(n)=1$

3. Fie trapezul ABCD cu bazele Ab=a si CD=b, MN||AB, $M\in(AD)$, $N\cap\in(BC)$, $\{E\}=CM\cap AB$.

a) Sa se arate ca EA=BF

b) Daca MN=EA, sa se arate ca $MN^2=ab$.

4. Pe catetele AB si AC ($AB\neq AC$) ale triunghiului ABC, se construiesc, în exterior triunghiurile dreptunghice isoscele ARC si ADB cu $m(\prec R)=90^0$, $m(\prec D)=90^0$. Fie $DC\cap AB=\{E\}$ si (AM, bisectoarea unghiului $\prec BAC$, $M\in BC$. Sa se arate ca:

a) $RC\cdot AB= DB\cdot AC$;

b) $S_{ADC}=\frac{1}{2}\cdot S_{ABC}$;

c) Dreptele AM, DE si BR sunt concurente.