



CONCURSUL DE MATEMATICĂ „AL.MYLLER”
Ediția a IV-a, aprilie 2006

Clasa a IV-a

1. Ce număr trebuie scăzut din 9 pentru ca diferența obținută înmulțită cu 8 să devină 40 ?
2. În clasa a V-a A la Colegiul Național sunt băieți și fete. Numărul băieților este cu 3 mai mare decât numărul fetelor. Dacă în clasă ar mai veni 4 băieți și ar pleca 4 fete, atunci numărul băieților ar fi de 2 ori mai mare decât numărul fetelor. Câți elevi sunt în clasă?
3. Se dau numerele: $a = 1+2+3+\dots+9$; $b = 11+22+33+\dots+99$; $c = 111+222+333+\dots+999$. Să se calculeze câtul împărțirii lui $a+b+c$ la 123.
4. Suma dintre un număr și succesorul său este cu 2006 mai mare decât predecesorul său. Care este numărul?
5. Fie pătratul magic (sumele elementelor de pe linii, coloane și diagonale sunt egale). Aflați ce număr trebuie înscris în căsuța marcată cu X ?

X		
	10	12
9		7

6. Împărțind numărul natural a la numărul natural b , obținem câtul 6 și restul 31. Să se afle a , știind că $a - b < 196$.
7. Într-un coș sunt 28 fructe: mere, pere și caise. Câte fructe sunt de fiecare fel, dacă mere sunt de 6 ori mai multe decât pere, iar în coș se află cel puțin un fruct de fiecare fel?
8. Câte numere de 3 cifre se împart exact la 21?
9. Aflați cel mai mic număr natural cu suma cifrelor 56.
10. Să se afle 3 numere naturale știind că: produsul primelor două este 84, produsul ultimelor două este 192 iar suma dintre primul și ultimul este 46.
11. Un tată, dorind să-și încurajeze fiul să rezolve probleme, îi promite că îi va da 8 monede pentru fiecare problemă bine rezolvată, dar pentru problema pe care nu a rezolvat-o sau a rezolvat-o greșit, fiul va trebui să-i plătească 5 monede. După 26 de probleme, fiul nu trebuie să plătească nimic, dar nici să primească ceva. Câte probleme a rezolvat corect?
12. Ioana culege o lădiță de căpșuni în 40 minute, iar Luiza culege o lădiță în 2 ore. În cât timp vor culege împreună 3 lădițe de căpșuni?
13. Mama are cu 14 lei mai mult decât Paul și cu 10 lei mai mult decât Tudor. Câți lei va da fiecăruia din băieți pentru a avea toți 3 aceeași sumă?
14. M-am născut în secolul XX. Dacă în 1999 am avut o vârstă egală cu suma cifrelor anului meu de naștere, ce vârstă am acum?
15. Sony cară în fiecare zi câte o piatră din vârful muntelui. În prima zi a petrecut 7 ore urcând și coborând, a doua zi a petrecut 8 ore urcând și coborând. În fiecare zi urcă de două ori mai încet decât în ziua precedentă, dar coboară de 2 ori mai repede. Cât timp va munci în cea de-a treia zi?

Timpul efectiv de lucru: 90 minute.

Se acordă 30 de puncte din oficiu.

Problemele 1 – 5 vor fi notate cu 6 puncte, probleme 6 – 10 cu 8 puncte și problemele 11–15 cu 10 puncte.



CONCURSUL DE MATEMATICĂ „AL.MYLLER”
Ediția a IV-a, aprilie 2006

Clasa a V-a

1. Care este cel mai mare număr natural impar de 4 cifre distincte?
2. Determinați $x \in \mathbf{N}$ pentru care $5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x = 81$.
3. Câți termeni are suma $26 + 32 + 38 + \dots + 2006$?
4. Câte pătrate perfecte conține mulțimea $\{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 1000\}$?
5. Câte mulțimi X verifică $\{1, 2\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$?
6. Câte numere \overline{xy} scrise în baza 10 verifică relația $x + \overline{xy} = y + \overline{yx} + 50$?
7. Dacă $a \cdot b + a \cdot c = b \cdot c + c^2$, $b + c = 1003$, calculați $a + 2b + c$.
8. Să se determine un număr de 4 cifre al cărui produs cu 9 se termină în 3755.
9. Dacă restul împărțirii lui $2a + 3b + 5c$ la 13 este 7, aflați restul împărțirii lui $34a + 51b + 85c$ la 13.
10. Câte numere care se scriu cu 4 cifre în baza 10 au suma cifrelor 3?
11. Se consideră 5 numere naturale distincte având suma 60. Găsiți numerele dacă suma diferențelor dintre cel mai mare și fiecare dintre celelalte 4 numere este 10.
12. Care sunt ultimele două cifre ale lui $5^{2006} + 7^{2006}$?
13. Fie $M = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbf{N}^*, a + b = 2006 \right\}$. Care este produsul elementelor lui M ?
14. Suma a două numere naturale este $3n + 5$, $n \in \mathbf{N}^*$. Împărțind un număr la dublul celuilalt obținem câtul n și restul 0. Care sunt numerele?
15. Se scriu în ordine crescătoare toate numerele nenule din baza 10 în a căror scriere nu apar alte cifre afară de 0, 1, 2 și 3. Care este cel de-al 2006-lea număr?

Timpul efectiv de lucru: 90 minute.

Se acordă 30 de puncte din oficiu.

Problemele 1 – 5 vor fi notate cu 6 puncte, problemele 6 – 10 cu 8 puncte și problemele 11 – 15 cu 10 puncte



CONCURSUL DE MATEMATICĂ „AL.MYLLER”
Ediția a IV-a, aprilie 2006

Clasa a VI-a

- 1) Care este cel mai mic număr natural de nouă cifre divizibil cu trei?
- 2) Fie a, b, c, d măsurile a 4 unghiuri formate în jurul unui punct. Să se afle aceste măsuri dacă $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4}$.
- 3) Prețul unui obiect se micșorează cu 20%. Cu cât la sută trebuie să se mărească noul preț pentru a se ajunge la prețul inițial?
- 4) Calculați măsura unui unghi știind că triplul complementului său este cu $42^\circ 30'$ mai mare decât jumătatea suplementului său.
- 5) Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul: $n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_9 - a_{10}$, unde $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_9, a_{10}$ sunt numere naturale distincte din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$?
- 6) Fie A, B, C, D puncte pe o dreaptă, în această ordine, astfel încât $\frac{AC}{BD} = 1$, $\frac{AD}{BC} = \frac{7}{5}$.
Calculați $\frac{BC}{AD}$.
- 7) Se dau doua vase cu apă astfel încât dacă turnăm jumătate din primul în al doilea și jumătate din cantitatea de apă ce se afla acum în al doilea o turnăm în primul și luând apoi jumătate din cantitatea aflată în primul și o turnăm în al doilea obținem (în al doilea vas) 10 litri apă. Aflați câți litri de apă se află în fiecare vas, știind că ambele cantități sunt numere întregi.
- 8) Arătați că numărul $a = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{4^n}$ se divide cu 120, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 9) Să se calculeze a 2007 -a zecimală a numărului $n = 0,00(300) + 0,00(3000) + 1$.
- 10) Să se afle x, știind că:
$$\frac{1}{2} \% \text{ din } \left(\frac{2}{3} \% \text{ din } \left(\frac{3}{4} \% \text{ din } \left(\dots \left(\frac{n}{n+1} \% \text{ din } x \right) \dots \right) \right) \right) = \frac{1}{100^n (n+1)}$$
- 11) Fie n un număr natural, $n > 2$. Numărătorii și numitorii fracțiilor $\frac{222\dots23}{333\dots34}$ și $\frac{555\dots56}{666\dots67}$ au câte n cifre. Care este fracția mai mare?
- 12) Câte unghiuri cu măsurile numere naturale consecutive se pot forma în jurul unui punct?
- 13) Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt direct proporționale cu trei numere invers proporționale cu trei numere direct proporționale cu trei numere puteri consecutive ale lui 3. Găsiți măsurile unghiurilor.
- 14) Fie $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 10^{2006}$. La ce putere apare 2 în descompunerea în factori primi a lui S ?
- 15) Să se afle cardinalul mulțimii $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \frac{2006!}{7^x \cdot 11^y} \in \mathbb{N} \right\}$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Timpul efectiv de lucru: 90 minute.

Se acordă 30 de puncte din oficiu.

Problemele 1 – 5 vor fi notate cu 6 puncte, problemele 6 – 10 cu 8 puncte și problemele 11–15 cu 10 puncte.