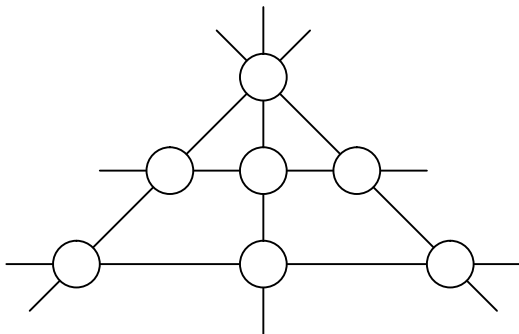


CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA "JOSE MARTI"
13 ianuarie 2007

Clasa a IV-a

- Aflati termenul necunoscut din egalitatea:
 $[(8 \cdot 2 + 6 \cdot a) : 2 - 48] \cdot 3 = 186$
 - Suma varstelor a trei copii este 7 ani. Cati ani are fiecare daca cel mai mare are ochii verzi, iar cel mic are parul blond?
- Cate numere de cel mult trei cifre se pot forma cu cifrele 5 si 6.
 - Aratati ca din cei 25 de elevi ai unei clase, cel putin trei s-au nascut in aceeasi luna.
- Suma a trei numere naturale este 168. Sa se afle cele trei numere naturale stiind ca jumatate din suma primelor doua este 60, iar dublul sumei ultimelor doua este 224.
- In cerculetele din desenul de mai jos sunt asezate numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, astfel incat suma numerelor de pe fiecare dreapta sa fie aceeași. Aflati aceasta suma.



Nota:

- Timp de lucru 2 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect are 7 puncte.

**CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
„JOSE MARTI” - EDITIA A VI-A**

BUCURESTI, 13.01.2007

Clasa a V-a

1. a) Calculati: $56 \cdot 2007 - 2007 \cdot 13 - 2006 \cdot 43$.
 b) Determinati cel mai mic multiplu al numarului 43, a carui scriere zecimala are patru cifre.

2. Într-o clasa sunt 19 fete si 8 baieti. La ora de educatie fizica elevii sunt asezati în coloane de câte trei. Aratati ca:
 - a) exista o coloana formata numai din fete;
 - b) daca exista doua coloane în care se afla câte doi baieti, atunci cel puțin trei coloane sunt formate numai din fete.

3. Pe o tabla sunt scrise numerele naturale de la 1 la 1000. Elevii A si B sterg pe rând, începând cu A, câte un numar. Pierde elevul care este obligat sa stearga primul un multiplu al lui 2 sau un multiplu al lui 5. Care elev câștiga, A sau B? Justificati raspunsul.

4. Daca Andreea îi da Biancai 13 lei, atunci Bianca are o suma de doua ori mai mica decât Andreea. Daca Bianca îi da Andreei 7 lei, atunci Andreea are o suma de trei ori mai mare decât Bianca. Ce suma de bani are fiecare fata?

Timp de lucru: 2 ore

**CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
„JOSE MARTI” - EDITIA A VI-A**

BUCURESTI, 13.01.2007

Clasa a VI-a

1. a) Determinati cel mai mic numar natural nenul, care este patrat perfect si se divide cu 2007.

b) Se ordoneaza crescator patratele perfecte, multipli ai lui 2007. Al câtelea loc îl ocupa în acest sir numarul 2007^2 ?

2. a) Dati doua exemple de numere rationale pozitive x , astfel încât $\frac{1}{2x-1}$ sa fie numar natural.

b) Determinati cardinalul multimii $A = \{x \in \mathbf{Q}_+ \mid \frac{6x+7}{2x+1} \in \mathbf{N}\}$.

3. Se considera un segment (AB) , un punct O pe acest segment si, de aceeasi parte a dreptei AB , semidreptele (Ox) , (Ot) , (Oy) , (Oz) astfel încât (Ox) este în interiorul unghiului $\angle BOt$, (Ot) este în interiorul unghiului $\angle xOy$, (Oy) este în interiorul unghiului $\angle zOt$, (Oz) este în interiorul unghiului $\angle AOy$. Se stie ca $m(\angle xOy) = m(\angle tOz) = 80^\circ$ si ca $m(\angle xOB) = m(\angle tOy) = m(\angle zOA)$. Determinati $m(\angle tOy)$.

4. Fie punctele diferite A si B , iar M un punct al segmentului (AB) . Pe dreapta AB consideram segmentele deschise S_A , S_M si S_B care au lungimile egale cu AB si mijloacele în punctele A , M si respectiv B .

a) Aratati ca reuniunea segmentelor S_A si S_B nu este segment.

b) Aratati ca reuniunea segmentelor S_A , S_B si S_M este segment.

Timp de lucru: 2 ore

**CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
„JOSE MARTI” - EDITIA A VI-A**

BUCURESTI, 13.01.2007

Clasa a VII-a

1. a) Demonstrati ca daca $\frac{A}{1,25 - \frac{3}{4}} = \frac{1\frac{3}{5} - 0, (2)}{0,0(2)}$, atunci A este numar natural.
- b) Demonstrati ca scrierea zecimala a numarului 31^{100} are mai putin de 150 de cifre.
2. Doua urne contin, fiecare, câte n bile numerotate de la 1 la n . Notam cu p_n probabilitatea ca, extragând câte o bila din fiecare urna, suma numerelor înscrise pe cele doua bile sa se divida cu 3.
- a) Calculati p_8 ;
- b) Comparati numerele p_8 si p_9 .
3. a) O dreapta d intersecteaza laturile (XY) si (XZ) ale triunghiului XYZ în punctele M si respectiv N . Bisectoarea unghiului $\angle ZXY$ intersecteaza bisectoarea unghiului $\angle NMY$ în punctul I . Aratati ca (NI) este bisectoarea unghiului $\angle MNZ$.
- b) Fie paralelogramul $ABCD$ cu centrul O . Mediatoarea segmentului $[AC]$ intersecteaza dreapta CD în punctul E , mediatoarea segmentului $[BD]$ intersecteaza dreapta AB în punctul F , iar dreptele AE si DF se intersecteaza în P . Aratati ca $\angle APO = \angle DPO$.
4. a) Aratati ca daca x si y sunt numere naturale astfel încât $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, atunci $x^2 + y^2$ este patrat perfect.
- b) Aratati ca numarul $N = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2007^2$ poate fi scris ca suma de 1957 patrate perfecte diferite doua câte doua.

Timp de lucru: 3 ore

**CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
„JOSE MARTI” - EDITIA A VI-A**

BUCURESTI, 13.01.2007

Clasa a VIII-a

1. a) Aratati ca, oricare ar fi a si b numere rationale nenule, exista numerele rationale

nenule c si d astfel încât numărul $\frac{(a+b\sqrt{3})(c+d\sqrt{3})}{(a+b\sqrt{3})+(c+d\sqrt{3})}$ sa fie rational.

b) Aratati ca, oricare ar fi k numar natural nenul, exista numerele naturale m si n astfel încât $k = \frac{mn+1}{m+n}$.

2. Se da triunghiul ABC , cu $AB < AC$. Bisectoarea unghiului $\angle BAC$ intersecteaza mediatoarea segmentului (BC) în punctul P . Fie N un punct pe segmentul (AC) astfel încât $AN = AB$. Daca M este intersectia dreptelor AP si BC , aratati ca:

- a) triunghiul PNC este isoscel;
- b) patrulaterul $PMNC$ este inscriptibil.

3. În prisma patrulatera regulata $ABCD A'B'C'D'$ avem $AB = a$, $AA' = b$. Fie O' centrul bazei $A'B'C'D'$.

- a) Calculati distanta dintre dreptele BO' si AD' .
- b) Calculati sinusul unghiului dintre dreptele BO' si AD' .

4. Pentru $a \in \mathbf{R}$, notam cu $[a]$ cel mai mare numar întreg cel mult egal cu a (partea întreaga a lui a). Consideram expresia $E(x) = [x] + [-x]$, $x \in \mathbf{R}$.

- a) Determinati elementele multimii $\{E(x) \mid x \in \mathbf{R}\}$.
- b) Câte numere x din intervalul $[0; 56]$ verifica egalitatea

$$E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(56x) + 48 = 0?$$

Timp de lucru: 3 ore