



Concursul de matematică "Traian Lalescu"
Ediția a VII-a
29 aprilie 2006
Răspunsuri

1. Răspuns: 29

$$32 - 5 \cdot (20 : 4 - 1) + 17 = 32 - 5 \cdot (5 - 1) + 17 = 32 - 5 \cdot 4 + 17 = 32 - 20 + 17 = 12 + 17 = 29.$$

2. Răspuns: 100.

$$606 + (128 : 8 - 2) \cdot x = 2006 \Rightarrow (16 - 2) \cdot x = 2006 - 606 \Rightarrow 14 \cdot x = 1400 \Rightarrow x = 100.$$

3. Răspuns: 8 triunghiuri.

4. Răspuns: 4.

Numerele de patru cifre cu produsul cifrelor 7 sunt: 1117, 1171, 1711, 7111.

5. Răspuns: 63.

$$\overline{xy} + \overline{yx} = 99 \Rightarrow 10 \cdot x + y + 10 \cdot y + x = 99 \Rightarrow 11 \cdot (x + y) = 99 \Rightarrow x + y = 9$$

$$x + y = 9 \text{ și } x - y = 3 \Rightarrow x = 6 \text{ și } y = 3 \Rightarrow \overline{xy} = 63.$$

6. Răspuns: 37.

$$a = 5 \cdot 7 - [40 : 8 + 3 \cdot (42 + 14) : 8] = 35 - (5 + 3 \cdot 56 : 8) = 35 - (5 + 3 \cdot 7) = 35 - (5 + 21) = 35 - 26 = 9.$$

$$15 + b = 27 - b \Rightarrow b + b = 27 - 15 \Rightarrow 2 \cdot b = 12 \Rightarrow b = 6.$$

$$3 \cdot c = b = 6 \Rightarrow c = 2.$$

$$\overline{abc} - \overline{bca} - \overline{cab} = 962 - 629 - 296 = 37.$$

7. Răspuns: a = 0, b = 2

$$a + 3 \geq 3, b + 4 \geq 4, 18 = 3 \cdot 6 \Rightarrow a + 3 = 3 \text{ și } b + 4 = 6 \Rightarrow a = 0 \text{ și } b = 2.$$

8. Răspuns: a = 0, 1 sau 2.

$a \cdot a + a = a \cdot (a + 1)$. Obținem produsul a două cifre consecutive. $0 \cdot 1 = 0, 1 \cdot 2 = 2, 2 \cdot 3 = 6$ îndeplinesc condiția cerută. Pentru $a \geq 3$ cifra unităților numărului $a \cdot (a + 1)$ este mai mică decât $a \Rightarrow a = 0, 1$ sau 2 .

9. Răspuns: 10 zile

Numărul furnicilor este de două ori mai mic, dar și numărul boabelor este de două ori mai mic. Deci în cele două situații numărul zilelor este același.

10. Răspuns: 1200

Fie a, b, c, d cele patru numere.

$$a + 5 = b - 5 = 5 \cdot c = d : 5 \Rightarrow a = 5 \cdot c - 5, b = 5 \cdot c + 5, d = 25 \cdot c$$

$$a + b + c + d = 1800 \Rightarrow 5 \cdot c - 5 + 5 \cdot c + 5 + c + 25 \cdot c = 1800 \Rightarrow 36 \cdot c = 1800 \Rightarrow c = 50 \Rightarrow d = 1250$$

$$\Rightarrow d - c = 1200.$$

11. Răspuns: 30000 lei

$$\text{Fie } x \text{ suma pe care o dă fiecare persoană} \Rightarrow 15 \cdot (x - 1000) = 10 \cdot x \Rightarrow 15 \cdot x - 15000 = 10 \cdot x \Rightarrow 5 \cdot x = 15000 \Rightarrow x = 3000 \text{ lei} \Rightarrow \text{pentru a forma firma sunt necesari } 10 \cdot 3000 = 30000 \text{ lei.}$$

12. Răspuns: 3026

Se cunoaște suma numerelor de pe o diagonală $16 + 4 + 10 = 30$.

B	x	4
C	10	y
16	2	A

$$\text{Din condițiile cerute obținem: } x + 10 + 2 = 30 \Rightarrow x = 18, B + 18 + 4 = 30 \Rightarrow$$

$$B = 8, 8 + C + 16 = 30 \Rightarrow C = 6, y + 10 + 6 = 30 \Rightarrow y = 14, A + 14 + 4 = 30 \Rightarrow$$

$$A = 12 \Rightarrow A + B + C = 12 + 8 + 6 = 26.$$

13. Răspuns: 8 nepoți

Notăm cu m numărul merelor, cu n numărul nucilor și cu x numărul nepoților $\Rightarrow n = 3 \cdot m,$

$$m = 3 \cdot x + 2, n = 8 \cdot x + 14 \Rightarrow 8 \cdot x + 14 = 9 \cdot x + 6 \Rightarrow x = 8.$$

14. *Răspuns: 80, 89 sau 98.*

Fie \overline{ab} numărul căutat. Cum restul este 8, împărțitorul mai mare decât restul și mai mic decât 10 \Rightarrow că împărțitorul este 9 $\Rightarrow = 9 \cdot c + 8$. Cum $a = 8$ sau $b = 8 \Rightarrow \overline{ab} = 80, 89$ sau 98 .

15. *Răspuns: 4 numere*

$y \leq 8 \Rightarrow x + 10 \cdot y + z \leq 80 + 18 = 98 < 105 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow x + z = 15 \Rightarrow$ 1) $x = 6, y = 9$; 2) $x = 9, y = 6$; 3) $x = 7, y = 8$; 4) $x = 8, y = 7 \Rightarrow$ 4 numerele.

16. *Răspuns: 8 ani*

Fie v vârsta lui Ionuț și m vârsta mamei sale $\Rightarrow 5 \cdot (v - 3) = m - 3$ și $3 \cdot (v + 2) = m + 2 \Rightarrow 5 \cdot v - 15 = m - 3$ și $3 \cdot v + 6 = m + 2 \Rightarrow m = 5 \cdot v - 12 = 3 \cdot v + 4 \Rightarrow 2 \cdot v = 16 \Rightarrow v = 8$ ani.

17. *Răspuns: 963*

Pentru ca \overline{abc} să fie cât mai mare aleg $a = 9 \Rightarrow 20 \cdot b + 11 \cdot c = 17 \cdot 19 = 153 \Rightarrow b \leq 6$. Aleg $b = 6 \Rightarrow 11 \cdot c = 33 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \overline{abc} = 963$.

18. *Răspuns: 222*

Termenii de pe locurile impare sunt numere pare, iar termenii de pe locurile pare sunt numere impare. Observăm că primul termen al sumei ce reprezintă numerele de pe locurile pare este de forma $3 \cdot n$, unde n este locul ocupat de număr în șir. 2001 este impar, deci el ocupă un loc par. Scriem pe 2001 ca o sumă de trei numere consecutive, cu primul termen de forma $3 \cdot n$: $2001 = 3 \cdot n + (3 \cdot n + 1) + (3 \cdot n + 2) \Rightarrow 9 \cdot n + 3 = 2001 \Rightarrow n = 222 \Rightarrow$ 2001 ocupă al 222-lea loc în șir.

19. *Răspuns: 551*

$\overline{abc} + \overline{cba}$ număr de 3 cifre $\Rightarrow a + c$ este cifră.

Dacă $2 \cdot b$ este cifră $\Rightarrow \overline{abc} + \overline{cba} = (a + c)(2 \cdot b)(a + c)$ care are suma cifrelor $2 \cdot (a + b + c)$, deci un număr par $\Rightarrow 2 \cdot b \geq 10$. Dacă x este ultima cifră a lui $2 \cdot b \Rightarrow \overline{abc} + \overline{cba} = (a + c + 1)x(a + c)$ cu suma cifrelor $2 \cdot a + 2 \cdot c + x + 1 = 13$. \overline{abc} este maxim dacă $x = 0$ ($b = 5$), $a = 5, c = 1 \Rightarrow \overline{abc} = 551$.

20. *Răspuns: 0*

Ultimul număr al rândului doi este 0, ultimile două numere de pe rândul 3 sunt 0, ..., ultimile 6 numere de pe rândul 7 sunt egale cu 0. Rândul 8 este format numai din zerouri \Rightarrow suma numerelor de pe rândul 8 este 0.