Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VIII-a

A. 1. Exista numere $n\in \mathbf{Z}$ astfel încât $n-2006$ si $n+2006$ sa fie patrate perfecte? *(Gheorghe Stoica)*

A. 2. Se considera $A\subset\mathbf{N}$ o multime cu 7 elemente si $k\in \mathbf{N}^*$. Aratati ca ecuatia $4x^2-4ax+b^2+10k = 0$, unde $a,b\in A$, a ? b, poate avea doua radacini egale. *(Gheorghe Stoica)*

A. 3. Fie ABCD patrat, $AA'\perp(ABC)$, astfel încât $AA' = AB = a$ si M mijlocul lui [AB]. Calculati distanta de la M la dreapta A'C.

A. 4. Fie A si B doua puncte în planul α, O un punct exterior lui a, iar M si N mijloacele segmentelor [AO] si [BO]. Doua drepte paralele duse prin M si N intersecteaza planul α în P si Q. Notam $AP\cap BQ = \{R\}$. **a)** Aratati ca [MN] = [PQ]. **b)** Aratati ca, daca toate triunghiurile determinate de punctele A, B, O, R sunt echilaterale, atunci MNPQ este patrat.

B. Aflati cifra a ? 0 astfel încât suma
$S_a = a^{2006}+\overline{\underbrace{11\ldots1}_{2006}a}^{\,2006}+\overline{\underbrace{22\ldots2}_{2006}a}^{\,2006}+\ldots+\overline{\underbrace{99\ldots9}_{2006}a}^{\,2006}$ este divizibila cu 10.

Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*

Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VII-a

A. 1. Exista numere întregi n astfel încât n–2006 si n+2006 sa fie patrate perfecte? *(Gheorghe Stoica)*

A. 2. Gasiti numerele întregi $a_1, a_2, ..., a_{2006}$ astfel încât:
$a_1^{2005} + a_2^{2005} + ... + a_{2006}^{2005} + 2006^{2006} = a_1^{2007} + a_2^{2007} + ... + a_{2006}^{2007}$. *(Gh. Stoica)*

A. 3. Fie punctele C si D pe segmentul [AB]. Construim triunghiurile MAC si NBD astfel încât AC = BD, $\angle MAC \equiv \angle NBD$, perimetrul ΔMAC este egal cu perimetrul ΔNBD si $[MN] \cap AB$? $\varnothing$.

a) Aratati ca $\Delta MAC \equiv \Delta NBD$.

b) Fie $[MN] \cap AB = \{P\}$. Definiti si demonstrati o conditie necesara si suficienta în care P poate fi mijlocul segmentului [XY], unde $X, Y \in \{A, B, C, D\}$.

A. 4. Fie patratul ABCD, $E \in AB$ si $F \in AD$ astfel încât $\frac{AE}{EB} = \frac{FD}{AF}$. Fie $EN \| BC$, $N \in CD$ si $FM \| CD$, $M \in BC$, $EN \cap FM = \{S\}$, $MD \cap BN = \{T\}$. Aratati ca $ST \perp MN$.

B. Aratati ca exista numere naturale care încep si se termina cu 2006, divizibile cu 2007. *(Gheorghe Stoica)*

Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*

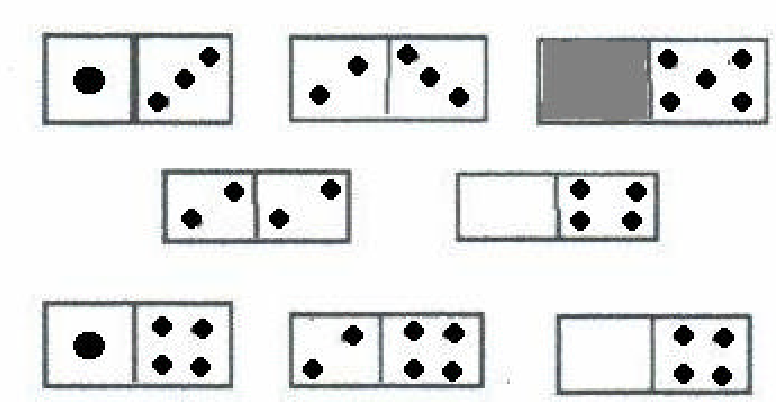
Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VI-a

A. 1. a) Sa se cerceteze daca numarul $A = 1\underbrace{00\ldots0}_{2006}{}^{2006}+2006$ este divizibil cu 18.

b) Un numar natural este format astfel: $\underbrace{11\ldots1}_{2006}\underbrace{22\ldots2}_{2007}4\underbrace{00\ldots0}_{2008}$, dar nu neaparat în aceasta ordine luate cifrele. Poate fi acest numar un patrat perfect?

A. 2. Opt piese de domino stau pe masa asa cum se vede si în figura. Ce numar are partea acoperita a piesei de domino, daca numerele de pe piese pot forma un patrat magic de 4×4 (suma numerelor de pe fiecare linie, fiecare coloana, fiecare diagonala este aceeasi)?



A. 3. Fie punctele coliniare $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2006}$, în aceasta ordine. **a)** Cercetati valoarea de adevar a propozitiei: „daca $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \ldots = A_{2005}A_{2006}$, atunci $2006\cdot A_1A_{2006} = 2\cdot(A_1A_2+2\cdot A_2A_3+3\cdot A_3A_4+\ldots +2005\cdot A_{2005}A_{2006})$”. **b)** Daca $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \ldots = A_{2005}A_{2006}$, determinati $M\in(A_2A_{2005})$ astfel încât $A_1M\cdot MA_{2005} = A_2M\cdot MA_{2006}$.

A. 4. Un dreptunghi se împarte printr-o dreapta în doua poligoane. Unul din poligoane se împarte printr-o dreapta în alte doua parti. Dupa aceea unul dintre cele 3 poligoane obtinute se va împarti în doua parti s.a.m.d. Operatia de împartire a poligoanelor se repeta de 668 de ori. Dupa aceasta operatie observam ca poligoanele obtinute au în total 2006 vârfuri (vârfurile fiecarui poligon se socotesc separat). Este adevarat?

B. Aratati ca exista numere naturale care încep si se termina cu 2006, divizibile cu 2007. *(Gheorghe Stoica)*

Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*

Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a V-a

A. 1. La un concurs în rezolvari de probleme se acorda 5 puncte pentru o problema bine rezolvata si se scad 3 puncte pentru o problema rezolvata gresit. Un elev a redactat rezolvarile a 10 probleme si a obtinut 34 puncte. Sa se afle câte probleme a rezolvat corect si câte a gresit.

A. 2. La un concurs de tir au participat 2006 concurenti. Primul concurent a obtinut 80 de puncte, al doilea 60 de puncte, al treilea media aritmetica a numarului punctelor primilor doi, al patrulea media aritmetica de la primii trei concurenti si în general fiecare dintre participantii urmatori, media aritmetica a punctelor obtinute de concurentii precedenti. Câte puncte a obtinut ultimul concurent?

A. 3. Numarul reprezentând suma a doua numere naturale consecutive s-a rasturnat (rasturnatul lui $\overline{ab}$ este $\overline{ba}$). Ca rezultat s-a obtinut numarul mai mare. Ce fel de numere s-au adunat?

A. 4. Pe o masa sunt asezate 2007 figuri de joc de doua culori dintre care 1003 negre si 1004 albe. 1003 copii stau la masa si joaca jocul urmator: la început fiecare îsi ia de pe masa câte doua piese care sunt amestecate si nu se vad la culoare. Cel care începe jocul va lua piesa ramasa. Daca toate cele trei piese sunt de aceeasi culoare, a câstigat, daca nu, adauga celui din dreapta piesa care nu-i este utila s.a.m.d. Care este numarul minim de cedari pe care trebuie sa-l faca primul jucator pâna sa câstige cineva?

B. Doi maestri de sah dupa ce s-au întors la hotel, unde participau la turneul anual de sah, au observat ca în fiecare an numarul de participanti creste într-un anume mod. Astfel, dupa trei optimi din turneu se jucasera tot atâtea partide ca si anul trecut pe tot turneul. Daca lucrurile vor continua tot asa, peste câtiva ani vor juca deja 30 de oameni. Câti sahisti au jucat în acel turneu? Argumentati raspunsul.

Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*

Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a IV-a

A. 1. Determinati un numar de 13 ori mai mare decât suma cifrelor care formeaza numarul.
A) 130; B) 117; C) 104; D) 91; E) alt raspuns.

A. 2. Pe masa se afla 3 cartoane cu cifre. Se formeaza toate numerele din 3 cifre posibile cu ele, iar suma acestora este 1233. Care au fost cifrele?
A) 1, 3, 4; B) 7, 8, 9; C) 5, 7, 8; D) 4, 8, 9; E) alt raspuns.

A. 3. Mowgli si-a rugat prietenii - maimute sa-i aduca alune. Maimutele i-au cules fiecare o cantitate egala de alune lui Mowgli. Pe drum ele s-au certat si fiecare maimuta a aruncat câte o aluna. În total la Mowgli au ajuns 33 de alune. Câte alune au strâns maimutele (se stie ca fiecare maimuta a adus cel putin o aluna) ?
A) 44; B) 66; C) 36; D) 55; E) alt raspuns.

A. 4. Într-un cos sunt 20 de ciuperci albe, galbene si gri. Câte ciuperci albe sunt, daca gri sunt de 9 ori mai multe decât galbene?
A) 10 albe; B) 2 albe; C) 18 albe; D) 9 albe; E) alt raspuns.

A. 5. Gasiti un numar de cinci cifre, cu proprietatea ca fiecare cifra a numarului trebuie sa fie mai mare decât suma cifrelor din dreapta lui.
A) 85210; B) 84310; C) 74210; D) 84210; E) alt raspuns.

A. 6. Gasiti cel mai mic numar natural care se termina cu 56 si suma cifrelor lui sa fie tot 56.
A) 19999856; B) 29899856; C) 28999856; D) 9999956; E) alt raspuns.

A. 7. Un numar de 3 cifre începe cu 7. Din acest numar s-a obtinut un alt numar de 3 cifre, mutând cifra 7 la sfârsitul numarului. Numarul obtinut a fost cu 117 mai mic ca primul. Despre ce numar este vorba?
A) 730; B) 764; C) 704; D) 791; E) alt raspuns.

A. 8. Doua numere se numesc numere oglinda daca dintr-un numar se obtine un altul prin mutarea cifrelor componente în ordine inversa. De exemplu, 123 cu 321. Produsul a doua asemenea numere este egal cu 92565. Care sunt ele?
A) 265 si 562; B) 865 si 568; C) 165 si 561; D) 465 si 564; E) alt raspuns.

A. 9. Prin înmultirea cu patru a unui numar format din 4 cifre ale carui cifre sunt cu toate diferite, obtinem un numar care se scrie cu aceleasi cifre, dar în ordine inversa. Care este acest numar?
A) 2178; B) 3276; C) 1235; D) 4291; E) alt raspuns.

B. Fat Frumos a început sa lupte cu zmeul cu trei capete si trei cozi. "Iata o sabie magica", i-a spus baba-iapa. "Cu o lovitura poti taia zmeului ori un cap, ori doua capete, ori o coada, ori doua cozi. Tine minte: i-ai taiat un cap - creste altul, i-ai taiat o coada - îi cresc doua, tai doua cozi - creste un cap, tai doua capete - nu mai creste nimic la loc." Care este numarul minim de lovituri cu care Fat Frumos poate sa taie toate capetele si toate cozile zmeului? Argumentati raspunsul.
Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*

Concursul interjudetean de matematica
„Louis Funar”, editia a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a III-a

A. 1. De câte ori apare cifra 7 în toate numerele de la 36 la 77?
a) 12; b) 9; c) 15; d) 20; e) alt raspuns.

A. 2. Pe o corabie erau 5 pirati. Fiecare pirat a luat 6 prizonieri. Câti oameni sunt pe corabie?
a) 30; b) 9; c) 35; d) 11; e) alt raspuns.

A. 3. Suma numerelor naturale de doua cifre distincte formate numai cu cifrele 3 si 5 este:
a) 35; b) 70; c) 88; d) 45; e) alt raspuns.

A. 4. Câte numere mai mici ca 100 au suma cifrelor 5?
a) 6; b) 7; c) 5; d) 25; e) alt raspuns.

A. 5. Mihai ia 6 pastile la interval de 2 ore. La câte ore dupa ce a luat-o pe prima va lua ultima pastila?
a) 10 ore; b) 12 ore; c) 16 ore; d) 17 ore; e) alt raspuns.

A. 6. În timp ce Mihaela manânca 4 bomboane, Maria manânca 6 bomboane. Fetele au mâncat împreuna 20 bomboane. Câte bomboane a mâncat Mihaela?

a) 12; b) 10; c) 8; d) 16; e) alt raspuns.

A. 7. Învatatoarea a format grupe cu toti elevii clasei grupe complete de câte 4 elevi. Mircea a observat ca se afla în grupa 5, daca se numara din fata, si în grupa 2, daca se numara din spate. Câti elevi sunt în total?
a) 30; b) 24; c) 28; d) 20; e) alt raspuns.

A. 8. Papagalul meu are 16 zile, iar pestisorul meu 12 zile. Peste 8 zile, diferenta de vârsta dintre ei va fi de …

a) 4 zile; b) 8 zile; c) 5 zile; d)12 zile; e) alt raspuns.

A. 9. Nasul lui Pinocchio este cu 8 cm mai lung decât un sfert din el. Ce lungime are?

a) 16 cm; b) 12 cm; c) 8 cm; d) 10 cm; e) alt raspuns.

B. Fat-Frumos a început sa lupte cu zmeul cu trei capete si trei cozi. "Iata o sabie magica", i-a spus baba-iapa. "Cu o lovitura poti taia zmeului ori un cap, ori doua capete, ori o coada, ori doua cozi. Tine minte: i-ai taiat un cap - creste altul, i-ai taiat o coada - îi cresc doua, tai doua cozi - creste un cap, tai doua capete - nu mai creste nimic la loc." Care este numarul minim de lovituri cu care Fat Frumos poate sa taie toate capetele si toate cozile zmeului? Argumentati raspunsul.

Nota. *Subiectul B se evalueaza în situatii de departajare.*