

## Proba pe echipaje

Clasa a V-a

### Problema pentru proba pe echipaje

1. Fie două numere naturale  $a$  și  $b$  cu  $b \neq 0$ . Prin împărțirea lui  $a$  la  $b$  se obține câtul 5 și restul 27.
  - a) Calculați  $3a-15b+10$ ;
  - b) Dacă  $a-b < 143$ , calculează  $a$  și  $b$ .

(10 puncte)

### Problema pentru proba pe echipaje

2. Dacă așezăm 5 flori într-o vază, ar mai fi nevoie de 5 vase. Dacă am așeza câte 7 flori într-o vază, ar rămâne o vază cu 3 flori și 3 vase goale. Aflați numărul de flori și numărul de vase.

(10 puncte)

Clasa a VI-a

### Problema pentru proba pe echipaje

3. Fie  $n \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că  $\frac{5 \cdot 10^{n+1} - 3 \cdot 10^n - 11}{9} = \underbrace{5222\dots 21}_{n\text{-cifre}}$ .

(10 puncte)

### Problema pentru proba pe echipaje

4. În  $\triangle ABC$  dreptunghic în  $B$ , fie  $(AD)$  bisectoarea  $\angle A$  ( $D \in [BC]$ ). Perpendiculara  $DM$  dusă în  $D$  pe ipotenuză ( $M \in [AC]$ ) taie prelungirea catetei  $AB$  în  $E$ . să se arate că  $\triangle DEC$  este isoscel.

(10 puncte)

Clasa a VII-a

**Problema pentru proba pe echipaje**

5. Aflați cifrele  $x, y$  astfel încât:  $\sqrt{0,xx(y) + 0,yy(x)} \in \mathbb{Q}$ .

(10 puncte)

**Problema pentru proba pe echipaje**

6. Într-un patrulater ABCD laturile opuse AB, CD se întâlnesc în P și sunt perpendiculare. Să se demonstreze că suma pătratelor celorlalte două laturi este egală cu suma pătratelor diagonalelor.

(10 puncte)

Clasa a VIII-a

**Problema pentru proba pe echipaje**

7. a) Determinați elementele mulțimii  $A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x + y + xy = 1\}$ .  
b) Dacă elementele mulțimii A reprezintă coordonatele unor puncte, reprezentați-le într-un sistem de coordonate și calculați aria patrulaterului convex cu vârfurile în aceste puncte.

(10 puncte)

**Problema pentru proba pe echipaje**

8. În cubul ABCDA'B'C'D', O este centrul feței ABCD și  $OM = d(O, BD') = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ . Fie  $P \in (AA')$ ,

$PA = 7PA'$ . Aflați:

- a) muchia cubului;  
b) aria totală și volumul cubului;  
c) distanța  $d(P, (B'BD'))$ ;  
d) cosinusul unghiului  $((PBD), (BCD))$ .

(10 puncte)

CONCURSUL „EUCLID”

14 aprilie 2006

**Proba pe echipaje**

**BAREM CORECTARE**

**Clasa a V-a**

1.

- a) (2 puncte)  $a = 5b + 27, b > 27$   
 (2 puncte)  $a - 5b = 27 \Rightarrow 3a - 15b = 81$   
 (1 punct)  $3a - 15b + 10 = 3 \cdot 27 + 10 = 91$
- b) (3 puncte)  $a - b < 143 \Rightarrow b < 29$   
 (1 punct) dar  $b > 27 \Rightarrow b = 27$   
 (1 punct)  $a = 167$

Total: 10 puncte

2.  $x =$  numărul de vase,  $y =$  numărul de flori:

- (3 puncte)  $y = 5x + 5 \cdot 5$   
 (3 puncte)  $7(x - 4) + 3 = y$   
 (2 puncte)  $x = 25$   
 (2 puncte)  $y = 150$

Total: 10 puncte

**Clasa a VI-a**

3.

$$(3 \text{ puncte}) \frac{5 \cdot 10^{n+1} - 3 \cdot 10^n - 11}{9} = \frac{5 \cdot 10^{n+1} - 5 - 3 \cdot 10^n - 6}{9} = \frac{5(10^{n+1} - 1)}{9} - \frac{3(10^n + 2)}{9}$$

$$= 5 \cdot \frac{10^{n+1} - 1}{9} - \frac{10^n + 2}{3}$$

$$(3 \text{ puncte}) \frac{10^{n+1} - 1}{9} = \underbrace{11 \dots 1}_{n+1 \text{ cifre}}$$

$$\frac{10^n + 2}{3} = \underbrace{33 \dots 34}_{n-1 \text{ cifre}}$$

$$(3 \text{ puncte}) \Rightarrow \frac{5 \cdot 10^{n+1} - 3 \cdot 10^n - 11}{9} = 5 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{n+1 \text{ cifre}} - \underbrace{33 \dots 34}_{n-1 \text{ cifre}} = \underbrace{55 \dots 5}_{n+1 \text{ cifre}} - \underbrace{33 \dots 34}_{n-1 \text{ cifre}}$$

$$(1 \text{ punct}) = \underbrace{5222 \dots 21}_{n-1 \text{ cifre}}$$

Total: 10 puncte

4.

(3 puncte)  $\triangle ABD \equiv \triangle AMD$  (I.U.)  $\Rightarrow [BD] \equiv [DM]$

(3 puncte)  $\triangle DBE \equiv \triangle DMC$  (C.U.)

(2 puncte)  $\angle BDE \equiv \angle MDC$  (opuse la vârf)

(2 puncte)  $\Rightarrow [DE] \equiv [DC] \Rightarrow \triangle DEC$  isoscel

---

Total: 10 puncte

### Clasa a VII-a

5.

(2 puncte)  $\overline{0,xx(y)} + \overline{0,yy(x)} = \frac{\overline{xy} - \overline{xx}}{900} + \frac{\overline{yyx} - \overline{yy}}{900}$

(1 punct)  $= \frac{111x + 111y - 11x - 11y}{900}$

(1 punct)  $= \frac{100x + 100y}{900} = \frac{100(x+y)}{900} = \frac{x+y}{9}$

(1 punct)  $\Rightarrow \sqrt{\frac{x+y}{9}} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{x+y} \in \mathbb{Q}$

(1 punct)  $x+y = 4 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(2 puncte)  $x+y = 9 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}; \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=7 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=8 \\ y=1 \end{cases}$

(1 punct)  $x+y = 16 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=9 \end{cases}; \begin{cases} x=8 \\ y=8 \end{cases}$

(1 punct) Finalizare

---

Total: 10 puncte

6.

(1 punct) Ipoteze și concluzii

(2 puncte) Figura

(6 puncte)  $\triangle APD$  dreptunghic:  $AD^2 = AP^2 + PD^2$

$\triangle BPC$  dreptunghic:  $BC^2 = BP^2 + PC^2$

$\triangle PBD$  dreptunghic:  $BD^2 = PD^2 + BP^2$

$\triangle PAC$  dreptunghic:  $AC^2 = PC^2 + AP^2$

(1 punct) Finalizare:  $\Rightarrow AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$

---

Total: 10 puncte

**Clasa a VIII-a**

7.

- a) (1 punct) Scrie  $(x+1)(y+1) = 2$   
(1 punct)  $x = 0, y = 1$   
(1 punct)  $x = 1, y = 0$   
(1 punct)  $x = -2, y = -3$   
(1 punct)  $x = -3, y = -2$
- b) (1 punct) Reprezentarea corectă a punctelor  
(3 puncte) Arată că figura este dreptunghi  
(1 punct) Calculează  $A = 6 u^2$  (sau prin diferență de arii)
- 

Total: 10 puncte

8.

- a) (1 punct)  $\triangle OMB \approx \triangle D'DB$  și scrie  $\frac{OM}{D'D} = \frac{OB}{D'B}$   
(1 punct) Determină  $l = 4$  cm
- b) (1 punct)  $A_t = 96$  cm<sup>2</sup>  
(1 punct)  $V = 64$  cm<sup>3</sup>
- c) (2 puncte)  $d(P, (BDD')) = d(A, (BDD')) = AO = 2\sqrt{2}$
- d) (2 puncte) Justifică că unghiul este POA  
(2 puncte) Găsește valoarea cosinusului  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
- 

Total: 10 puncte