



COLEGIUL
NAȚIONAL
"ȘTEFAN CEL MARE"
SUCEAVA

**CONCURSUL
CENTRELOR
DE EXCELENȚĂ
DIN MOLDOVA
- 2 iunie 2007 -**

**CENTRUL DE EXCELENȚĂ
PENTRU TINERI CAPABILI
DE PERFORMANȚĂ
- FILIALA SUCEAVA -**
Str. V. Alecsandri nr.3, 720001;
Tel. 0230/551342; 0230/551343;
e-mail: cn_stefan@yahoo.com

CLASA A VI- A

1. Se dă proporția: $\frac{x-2y+3z}{4x-3y+2z} = \frac{2}{3}$. Știind că $y \neq 2z$, să se arate că

$$\left(\frac{x-2y+3z}{4x-3y+2z}\right)^2 = \frac{7x-4y+z}{7x-9y+11z}.$$

C-tin Apostol, Rm. Sărat

2. Se dau două numere întregi x și y . Cu ajutorul lor se formează un șir de numere în felul următor:
- primul număr este egal cu x ;
 - al doilea număr este egal cu $x + y$;
 - al treilea număr este egal cu diferența dintre al doilea și primul număr;
 - al patrulea număr este egal cu diferența dintre al treilea și al doilea număr;
 - al cincilea număr este egal cu diferența dintre al patrulea și al treilea număr și așa mai departe.
- a) Să se afle primele 12 numere ale șirului;
- b) Care este al 100-lea număr al șirului? Dar al 19377-lea?

Ruxandra Ionescu, Pitești, G.M. 11/1980

3. Fie patrulaterul $ABCD$ cu $AB \parallel DC$, $AD \nparallel BC$, $AD \perp DC$ și M, N mijloacele laturilor $[AD]$, respectiv $[BC]$. Se construiește simetricul P al punctului A față de N și simetricul Q al punctului B față de M . Arătați că:
- a) dreptele AQ și BC nu sunt paralele;
- b) segmentele $[AD]$ și $[BP]$ nu sunt congruente.

Silviu Boga, Iași

4. Se consideră un cub în care muchiile se numerotează cu numerele: 4, 8, 12, ..., 44, 48. În fiecare vârf se calculează suma muchiilor care pleacă din acel vârf. Se pot numerota muchiile în așa fel încât toate aceste sume să fie egale? Justificați !

Arthur Bălăucă, Botoșani

Notă: Timpul efectiv de lucru 3 ore.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.

SOLUȚII:

1) $\frac{x-2y+3z}{4x-3y+2z} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = z.$

$$\left(\frac{x-2y+3z}{4x-3y+2z}\right)^2 = \left(\frac{x-2y+3z}{4x-3y+2x}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

$$\frac{7x-4y+z}{7x-9y+11z} = \frac{8x-4y}{18x-9y} = \frac{4}{9}, \text{ de unde rezultă egalitatea.}$$

2) a) $x; x+y; y; -x; -x-y; -y; x; x+y; y; -x; -x-y; -y.$

b) Observăm ca numerele se repetă din 6 în 6. Pe locul care are numărul de ordine divizibil cu 6 se afla $-y$; cum $100 = 96+4 \Rightarrow$ al 100-lea număr este $-x$.

$19377 = 6k+3 \Rightarrow$ al 19377 număr este y .

3) a) În patrulaterul ABDQ diagonalele se înjumătățesc, deci este paralelogram $\Rightarrow Q, D, C$ sunt coliniare, deci $AB \parallel QC$. Dacă am avea $AQ \parallel BC$ am obține ABCQ paralelogram, posibil numai când $C \equiv D$.

b) În patrulaterul ABPC diagonalele se înjumătățesc, deci este paralelogram $\Rightarrow BP=AC$. Cum $\triangle DAC$ este dreptunghic $\Rightarrow AD \neq AC$.

4) Arătăm ca numărătoarea nu este posibilă. Presupunem ca suma comună celor 8 vârfuri este n . Atunci $8n = 2(4+8+12+\dots+44+48)$ (fiecare muchie este luată de două ori, câte o dată pentru fiecare capăt al muchiei) $\Rightarrow n=78$, care nu este divizibil cu 4.