

CONCURSUL DE MATEMATICA
FLORICA T. CÂMPAN
 ETAPA INTERJUDETEANA
 1-3 Iunie 2007

CLASA A IV-A

Subiectul 1

- a) Pentru $n \leq 6$ problema nu admite solutii 3p
 b) Pentru $n \geq 13$ problema nu admite solutii 3p
 c) $n \in \{7,8,9,10,11,12\}$ 1p
 d) Determina cu justificare solutiile $\{6,7,8,\dots,14\}; \{2,3,\dots,13\}$ 6p
- Oficiu 2p
TOTAL : **15p**

Subiectul 2

- a) Numarul cautat are ultima cifra 0 sau 5 4p
 b) Daca ultima cifra este 0 $\Rightarrow N = 9990$ 4p
 c) Daca ultima cifra este 5 $\Rightarrow N = 4995$ 4p
 f) Finalizare $N = 4995$ 1p
- Oficiu 2p
TOTAL: **15p**

Subiectul 3

- a) Gaseste conditiile $\begin{cases} a < b < c < d < e \\ e = 3a \\ a + b + c + d + e = 31 \end{cases}$ 3p
- b) Pentru $a \leq 2$ problema nu are solutii 2p
 c) Pentru $a = 3 \Rightarrow e = 9$
- 1⁰) $d = 8 : b + c = 11 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 7 \end{cases}$ sau $\begin{cases} b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$ 2p
- 2⁰) $d = 7 : b + c = 12 ; b, c \in \{4, 5, 6\} \rightarrow N.C.$ 1p
- 3⁰) $d = 6 \Rightarrow b = 4, c = 5 \rightarrow N.C.$ 1p
- d) Pentru $a = 4 \Rightarrow e = 12 : b + c + d = 15$ si $b, c, d \in \{5, 6, \dots, 11\} \rightarrow N.C.$ 2p
- e) Pentru $a \geq 5$ problema nu are solutie 1p
- f) Finalizare $d = 8$ 1p
- Oficiu 2p
TOTAL: **15p**

CLASA A V-A

Subiectul I

1. Avem 2^0 patratele colorate pe linia 1, 2^1 pe linia a doua, 2^2 pe linia a treia, 2^3 pe linia a patra 4
- Pe linia k vor fi colorate 2^{k-1} patratele si numarul total de patratele colorate este $1+2^1+2^2+\dots+2^{n-1}$ 3p
- Obtinem ca $2^n - 1 = 1023 \Rightarrow n = 10$ 4p
- Dreptunghiul are 10 linii si $2^9 = 512$ 2p
- Oficiu 2p

TOTAL : 15p

Subiectul II

- Împartim tabla în 16 patratele 2×2 6p
- Exista un patrat 2×2 cu cel mult un pion (principiul cutiei) 5p
- Finalizare 2p
- Oficiu 2p

TOTAL: 15p

Subiectul III

- Daca al doilea tâlhar primește n monede, primul își va da siesi $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ monede 5p
- Cautam cel mai mare n pentru care $n + \frac{n(n+1)}{2} \leq 6000$ 2p
- $n = 108$ 2p
- Primul tâlhar va mai relua o data numaratoarea, deci al doilea primește 109 monede, adica 10,9 lei 3p
- Primul ia $600 - 10,9 = 589,1$ lei 1p
- Oficiu 2p

TOTAL: 15p

CLASA A VI-A

Subiectul I

Notam cu n = numarul liniilor orizontale, m = numarul liniilor verticale

Scriem $2 \cdot L + 2(n-1) \cdot l = 2 \cdot l + 2 \cdot (m-1) \cdot L$ 5p

Obține $\left. \begin{matrix} (n-2) \cdot 5 = (m-2) \cdot 9 \\ (5,9) = 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} n = 9 \cdot k + 2 \\ m = 5 \cdot k + 2, k \in N^* \end{matrix}$ 3p

Alege, de exemplu, $k = 1$ 3p

Prima coala se împarte în 10 dreptunghiuri, iar a doua în 6 dreptunghiuri 2p

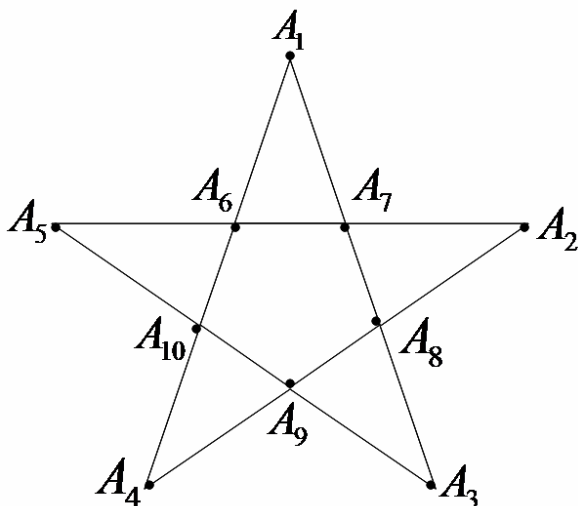
Oficiu 2p

TOTAL : 15p

Subiectul II

a) Gaseste trei valori pentru n , de exemplu: 6, 25, 44 7p = 3p+2p+2p

b)



..... 6p
Oficiu 2p

TOTAL: 15p

Subiectul III

1) Considera $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_{12}$ unghiurile formate cu prima spita si observa ca unghiul dintre doua spite oarecare este de tipul $\hat{u}_j - \hat{u}_i, i < j$ 4p

2) Presupune prin reducere la absurd ca se formeaza cel mult doua unghiuri congruente si calculeaza:

$(\hat{u}_{12} - \hat{u}_{11}) + (\hat{u}_{11} - \hat{u}_{10}) + \dots + (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) \geq 5^\circ + 5^\circ + 2 \cdot 5^\circ + 2 \cdot 5^\circ + \dots$ 5p
 $\dots + 5 \cdot 5^\circ + 5 \cdot 5^\circ + 6 \cdot 5^\circ = 36 \cdot 5^\circ = 180^\circ$

3) Dar $(\hat{u}_{12} - \hat{u}_{11}) + (\hat{u}_{11} - \hat{u}_{10}) + \dots + (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) = \hat{u}_{12} - \hat{u}_1 < 180^\circ$ (contradictie) 4p

Oficiu 2p

TOTAL: 15p

CLASA A VII-A

Subiect 1

Fie x, y și z numerele scrise inițial pe jetoanele lui Dan

$$x + \frac{1}{y} = 4, y + \frac{1}{z} = 1, z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3} \dots\dots\dots 3p$$

$$x + \frac{1}{y} + y + \frac{1}{z} + z + \frac{1}{x} = \frac{22}{3} \dots\dots\dots 2p$$

$$(x + \frac{1}{y})(y + \frac{1}{z})(z + \frac{1}{x}) = x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + xyz + \frac{1}{xyz} = \frac{28}{3} \dots\dots\dots 3p$$

$$xyz + \frac{1}{xyz} = 2 \dots\dots\dots 1p$$

$$xyz > 0 \Rightarrow xyz + \frac{1}{xyz} \geq 2 \dots\dots\dots 3p$$

Egalitate pentru $xyz = 1 \dots\dots\dots 1p$

Oficiu..... 2p

Total: 15p

Subiect 2

Scrierea formulei care leagă distanța parcursă de viteza și timp:

$$M_1 : a = bt_1, M_2 : PQ = v_2 t_2, M_3 : b = a \cdot t_3 \dots\dots\dots 1p$$

$$t_1 = \frac{a}{b} > 1 \text{ și } t_3 = \frac{b}{a} < 1 \Rightarrow t_3 < t_1 \dots\dots\dots 2p$$

$$PI = QI \dots\dots\dots 2p$$

$$PQ = \frac{2ab}{a+b} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Obține } v_2 = \frac{2ab}{a+b} \text{ cm/s} \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{2ab}{a+b} \text{ cm} = \frac{2ab}{a+b} \text{ cm/s} \cdot t_2 \dots\dots\dots 1p$$

$$t_2 = 1s \dots\dots\dots 1p$$

$$t_3 < t_2 < t_1 \text{ și ordinea } M_3, M_2, M_1 \dots\dots\dots 1p$$

Oficiu..... 2p

Total: 15p

Subiectul 3:

Cazul I: Dacă oricare două puncte se afla la distanța ≤ 1 , toate cele 9 puncte verifică cerințele problemei 3p

Cazul II: Fie $A \neq B, AB > 1$, Considera discurile cu centrele în A, respectiv B de rază 1 3p

Celelalte 7 puncte se afla în reuniunea celor două discuri 2p

În unul din discurile considerate se afla cel puțin 4 puncte 3p

Finalizare 2p

Oficiu 2p

Total: 15p

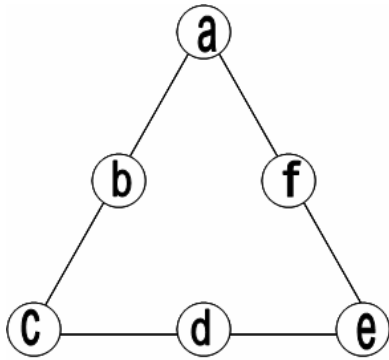
CLASA a VIII-a

Subiectul 1

- (a) Observa ca produsul celor 3 numere este constant 2p
 Calculeaza $(\sqrt{3}-1) \cdot (\sqrt{3}+1) \cdot 2 = 4$ 2p
 $\sqrt{2\sqrt{3}-2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} = 4\sqrt{2} \neq 4$ 2p
- (b) Aplica inegalitatea mediilor $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ 1p
 $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \leq a+b+c$ 2p
 $(\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1) + 2 = 2\sqrt{3} + 2$ 1p
 $(2-\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3}) + 4 = 8$ 1p
 $2\sqrt{3} + 2 < 8$ 2p
 Din oficiu 2p

Total = 15 p

Subiectul 2



- $a+b+c = S; a+f+e = S; c+d+e = S$ 1p
 $3S = 2(a+c+e) + b+d+f$ 2p
 $S = \frac{a+c+e}{3} + 7$ 2p
 $(a+c+e):3$ 1p
 $a+c+e \in \{6, 9, 12, 15\}$ 1p
 $\{a, b, c\} \subseteq \{\{1; 2; 3\}; \{1; 2; 6\}; \{1; 3; 5\}; \{2; 3; 4\}; \{1; 5; 6\}; \{2; 4; 6\}; \{3; 4; 5\}; \{4; 5; 6\}\}$ 2p
 Selectarea cazurilor care nu pot fi solutii $\{1; 2; 6\}; \{2; 3; 4\}; \{1; 5; 6\}; \{3; 4; 5\}$ 1p
 Calculeaza numarul de posibilitati pentru un caz favorabil 2p
 Calculeaza numarul de posibilitati în total 1p
 Din oficiu 2p

Total = 15 p

Subiectul 3

- Distingerea celor 3 categorii de cubarzi 2p
 Depistarea primei categorii de cubarzi: cubarzii cu gura pe masa 1p
 Calculul cubarzilor din prima categorie = 8 2p

Depistarea celei de-a doua categorii de cubarzi: cei cu gura pe o muchie perpendiculara pe masa	1p
Calculul numarului cubarzilor din a doua categorie = $8 + 8$	2p
Depistarea celi de-a treia categorii de cubarzi: cei cu gura pe o muchie a fetei cubului care nu este asezata pe masa	1p
Calculul numarului cubarzilor din a treia categorie: 16	3p
Total: 40 de cubarzi	1p
Din oficiu	2p
Total = 15 p	