CONCURSUL DE MATEMATICA
**FLORICA T. CÂMPAN**
ETAPA JUDETEANA
17-18 FEBRUARIE 2007

CLASA A IV-A

**Subiectul 1**

a) $a+b+c+d=282$ .............................................................................. 1p
b) $a=c+4$ ..................................................................................... 2p
c) $b:4=c+4$ ; $d=4c+16$ ........................................................................ 2p
d) $d\times 2=c+4$ ; $d=c:2+2$ ................................................................. 2p
e) $c+4+4c+16+c+c:2+2=282$ ...................................................................... 2p
f) $13c=520$ .................................................................................... 2p
g) $c=40$ ; $a=44$ ; $b=176$ ; $d=22$ ........................................................... 2p

**Observatie :** Daca elevul utilizeaza reprezentarea grafica pentru $13p=520$ ........... 13p

Oficiu ............. 2p
**TOTAL : 15p**

**Subiectul 2**

a) Un numar este mai mic cu cât numarul cifrelor sale este mai mic si este mai mare cu cât numarul cifrelor sale este mai mare .................................................................. 2p
b) Cel mai mic numar are doua cifre ............................................................. 1p
c) Numarul cautat este 89 ....................................................................... 1p
d) $0+1+2+3+4+5+6=21>17$ ; numarul are cel mult 6 cifre ....................... 2p
e) $0+1+2+3+4+5=15<17$ ; numarul are cel putin 6 cifre ........................... 2p
f) Numarul are 6 cifre .......................................................................... 1p
g) Numarul cautat este $743210$ ................................................................ 4p

Oficiu ............. 2p
**TOTAL: 15p**

**Subiectul 3**

$$\begin{array}{r} OLOKO\times \\ 11 \\ \hline OLOKO \\ OLOKO\phantom{0} \\ \hline KOALLO \end{array}$$

a) ......................................................................................... 2p
b) $K=O+1$ ..................................................................................... 2p
c) $O+L>10$ .................................................................................... 1p
d) $1+O+L=\overline{1O}$ ; $L=9$ ................................................................ 2p
e) $L+O=A$ nu convine .......................................................................... 1p
f) $L+O=\overline{1A}$ ; $O=A+1$ ................................................................ 2p
g) $O+K=L$ ..................................................................................... 1p
h) $L=9$ ; $K=5$ ; $O=4$ ; $A=3$ ................................................................ 2p

Oficiu ............. 2p
**TOTAL: 15p**

**Observatie** : La subiectul 3 gasirea unei solutii fara justificare se noteaza cu $10p=8+2\ oficiu$

CLASA A V-A

**Subiectul I**

**1.** a) Remarca faptul ca pentru a fi cel mai mare numar trebuie sa avem cât mai multe cifre de 9 la începutul numarului .................................................... 1p

Elimina : $1,2,3,....,8$ … 8 cifre ................................................ 1p

Elimina : $\left.\begin{array}{l} 10,11,...,18,1 \rightarrow 19\ cifre \\ 20,21,...,28,2 \rightarrow 19\ cifre \\ 30,31,...,38,3 \rightarrow 19\ cifre \\ 40,41,...,48.4 \rightarrow 19\ cifre \end{array}\right\} \Rightarrow 76$ cifre............................................ 1p

Calculeaza $8+76=84$ cifre.............................................. 0,5p

Elimina : $51,52,...,55,56,5 \rightarrow 15$ cifre ........................................ 1p

Calculeaza $84+15=99$ cifre ............................................ 0,5p

Elimina 5 de la 58 ...................................................... 0,5p

Scrie numarul: $999997859606162...20062007$ ...................................... 0,5p

b) $7 \cdot 10^k + \overline{a_1a_2...a_k} = 50 \cdot \overline{a_1a_2...a_k} + 35$ ........................................ 1p

$49 \cdot \overline{a_1a_2...a_k} = 7 \cdot 10^k - 35$ ................................................ 2p

$7 \cdot \overline{a_1a_2...a_k} = 10^k - 5 \Rightarrow 7 \mid 10^k - 5$, $k$ cel mai mic $\Rightarrow k=5 \Rightarrow \overline{a_1a_2...a_5} = 14285$ .. 2p

Oficiu ........................................................................ 2p

**TOTAL : 15p**

**Subiectul II**

Numarul total de surprize = numarul total de probleme.............................. 1p

Suma cifrelor numarului de surprize = 11 ........................................ 2p

Numerele care au suma cifrelor 11 sunt $29,38,47,56,65,74,83,92$ ............... 2p

Scrie numerele ca suma de doua numere pastrând suma cifrelor 11 …….. 3p

Constata ca la schimbarea zecilor suma cifrelor se modifica ................. 3p

Gaseste singura solutie : 29 .................................................. 2p

Oficiu ........................................................................ 2p

**TOTAL: 15p**

**Subiectul III**

Observa ca avem un numar impar, $7$ de localitati....................................... 2p

Suma unui numar impar de numere impare este numar impar ..................... 3p

Fiecare drum intra de doua ori în suma totala ............................................ 5p

Concluzia ........................................................................ 3p

Oficiu ........................................................................ 2p

**TOTAL: 15p**

CLASA A VI-A

**Subiectul I**

x masini în 2005, $x \in \mathbf{N}^*, x < 200$ ................................................. 2p

2006 : $x + \frac{28}{100}x = x + \frac{7}{25}x = \frac{32x}{95}$ ................................................. 3p

$32x \vdots 25, (32,25) = 1 \Rightarrow x = 25k$ ...................................... 1p

2007 : $32k - \frac{15}{100}32k = 32k - \frac{24}{5}k = \frac{136k}{5}$ ...................................... 3p

$136k \vdots 5, (136,5) = 1 \Rightarrow k = 5l$ ...................................... 1p

$x = 25 \cdot 5l = 125l < 200 \Rightarrow l = 1$ ...................................... 2p

În 2007 se vor vinde 136 masini ...................................... 1p

Oficiu ............................................................ 2p

**TOTAL : 15p**

**Subiectul II**

a) $\Delta ACI \equiv \Delta BEJ\ (L.U.L.) \Rightarrow \measuredangle AIC \equiv \measuredangle BJE$ ........................................ 5p

b) Din $(a) \Rightarrow AI = BJ$ ........................................................ 2p

Din $(a) \Rightarrow \measuredangle DIJ \equiv \measuredangle DJI \Rightarrow DI = DJ$ ...................................... 4p

$AD = AI + ID = BJ + JD = BD$ ............................................... 2p

Oficiu ............................................................ 2p

**TOTAL: 15p**

**Subiectul III**

a) Scrie patratele perfecte de doua cifre .......................................... 2p

Scrie celelalte opt numere : 164, 1649, 364, 3649, 649, 816, 8164, 81649. 4p

b) Pentru Alin sunt 36 cazuri posibile .................................................... 1p

8 cazuri favorabile .................................................... 1p

Probabilitatea este $\frac{2}{9} \approx 0{,}22$ .................................. 1p

Pentru Vlad sunt 216 cazuri posibile ........................................... 1p

38 cazuri favorabile ........................................... 1p

Probabilitatea este $\frac{19}{108} \approx 0{,}17$ ............................................................... 1p

Probabilitatea este mai mare în primul caz .......................................... 1p

Oficiu ............................................................ 2p

**TOTAL: 15p**

CLASA A VII-A

**Subiectul I**

**1.** a) Calculeaza numerele : $I = x$, $II = x + y$, $III = y$, $IV = -x$, $V = -x - y$, $VI = -y$, $VII = x$ ........................................................................................... 4p

Observa ca numerele se repeta din 6 în 6 .................................................. 1p

Afla al 2007-lea numar ......................................................................... 2p

b) Afla numarul numerelor impare si al numerelor pare .............................. 2p

Observa ca modulul este numar impar, deci diferit de 0 .............................. 2p
Cea mai mica valoare este 1
$\left|(1-2)+(3-4)+...+(1003-1004)+(-1005+1006)+...+(-2005+2006)\right|=1$

Oficiu ................................................................................... 2p

**TOTAL : 15p**

**Subiectul II**

Noteaza $x$ = durata parcurgerii traseului AB ; $x+10$ = durata parcurgerii traseului BC ; $y$ = durata parcurgerii traseului CA ................................................................... 2p

$\frac{3}{4}$ din traseu înseamna $\frac{3}{4}\cdot 3l$ , $l$ = latura $\Delta ABC$ ; $\frac{9l}{4}$ înseamna parcurgerea a doua laturi si înca un sfert din a treia ................................................................... 2p

Informatia lui Sam se traduce prin : $x+(x+10)+\frac{y}{4}=3\frac{1}{2}h=210'$ .............. 2p

Informatia lui John se traduce prin : $\frac{1}{4}x+(x+10)+y=4\frac{1}{2}h=270'$ ............. 2p

Afla $x=80'=1h20'$ si $y=160'=2h40'$ ................................................ 2p

AB este parcurs în $80'=1h20'$ ; BC este parcurs $90'=1h30'$ ; AC este parcurs în $160'=2h40'$ ........................................................................................ 2p

Durata totala = 5h 30' ................................................................ 1p

Oficiu ........................................................................................ 2p

**TOTAL: 15p**

**Subiectul III**

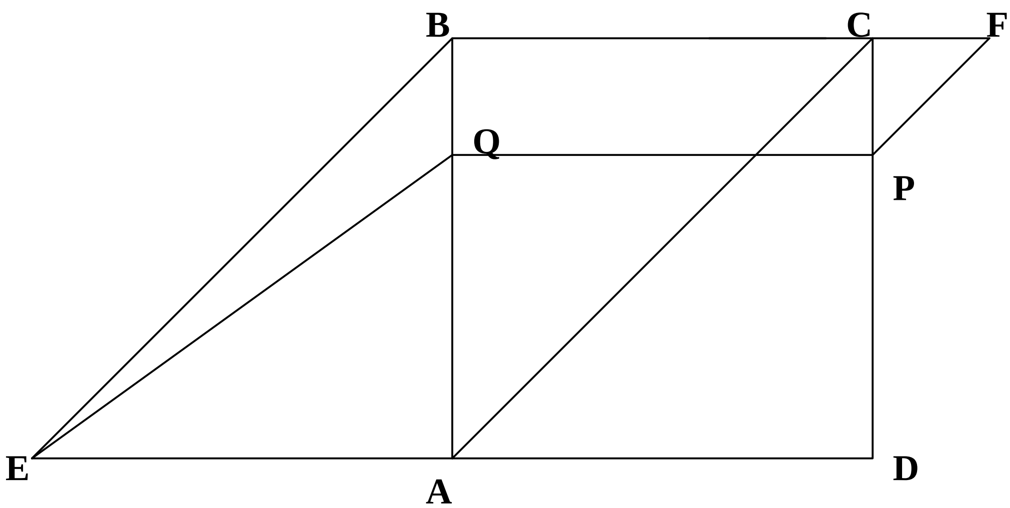



Figura geometrica ......................................................................... 2p

Construieste un drum cu $QP // BC$ .................................................. 2p

Scrie $EQ+QP+PF=AP+BC+PF$ .................................................. 4p

Deduce ca drumul este minim $\Leftrightarrow AP+PF=$ minim $\Leftrightarrow \{P\}=AF\cap CD$ .... 3p

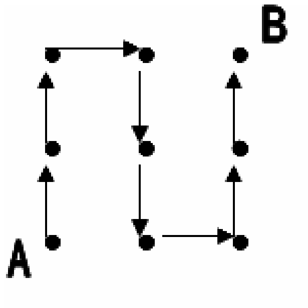
Deduce constructia drumului minim .................................................. 2p

Oficiu ........................................................................................ 2p

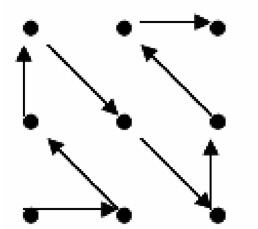
**TOTAL: 15p**

## CLASA a VIII-a

**1)** Gaseste un drum minim format din 8 segmente …………………………....... 2p
Lungimea fiecarui segment din drum este cel putin egala cu 1 ……………..... 2p
Obtine lungimea drumului cel putin 8 ……………………………………… 1p
Lungimea minima a drumului este 8. Justificare …………………………....... 2p




Drumul este fara autointersectie $\Rightarrow$ drumul contine cel mult patru diagonale de „patrate mici”, fiecare egala cu $\sqrt{2}$ …………………………………….............. 3p
Obtine lungimea drumului cel mult $4+4\sqrt{2}$ ……………………………… 1p
Lungimea maxima a drumului este $4+4\sqrt{2}$. Justificare …………………....... 2p

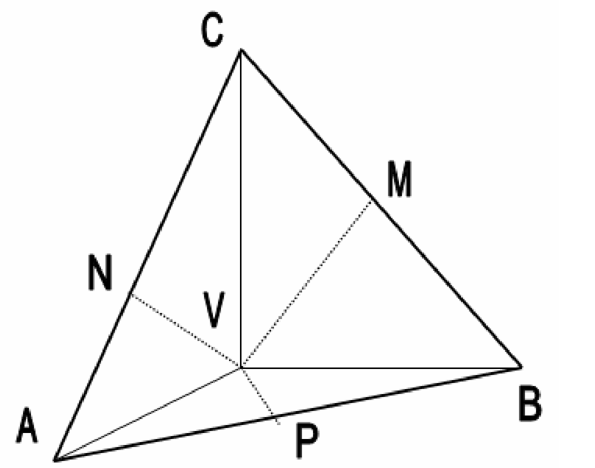


Din oficiu ……………………………………………………………........ 2p

Total = 15 p

2) a) $VA \cdot BC = VB \cdot AC \Rightarrow VA \cdot BC \cdot CV = VB \cdot AC \cdot CV \Rightarrow \dfrac{VB \cdot CV}{BC} = \dfrac{AV \cdot CV}{AC}$

$\Delta VBC$, $\Delta VAC$ - dreptunghice $\Rightarrow VM = VN$ ……………………………....... 5p
Similar, $VM = VP \Rightarrow VM = VN = VP$ ……………………………………......... 2p



b) Aria asociata muchiei $AB$ este $\frac{AB \cdot VP}{2}$, unde $VP \perp AB$ si justificare

analog pentru muchiile $AC$ si $BC$ ………………………………………................... 3p

Aria asociata muchiei $AV$ este $\frac{AV \cdot VM}{2}$, unde $VM \perp BC$ si justificare

analog pentru muchiile $BV$ si $CV$ ……………………………………........ 2p

Suma celor sase arii = $\frac{d \cdot S}{2}$ ………………………………………........ 1p

Din oficiu ……………………………………………………...... 2p

Total = 15 p

3) a) $a = \left(3a_2 + ... + 3^{1003} \cdot a_{2006}\right) + \left(a_1 + 3a_3 + ... + 3^{1003} \cdot a_{2007}\right) \cdot \sqrt{3}$ ……………………...... 2p

Presupunem prin reducere la absurd ca $a \in Q \Rightarrow a_1 + 3a_3 + ... + 3^{1003} \cdot a_{2007} = 0, \sqrt{3} \in R \setminus Q$ …….. 2p

$a_1$ este multiplu de 3, fals $\Rightarrow$ $a \in R \setminus Q$ ……………………….................... 2p

Numarul elementelor rationale din multimea $A$ este 0 …………………......... 1p

b) $card\ A \le 2^{2007}$ ; presupunem prin reducere la absurd ca exista doua elemente egale în multimea $A$, $a = b \Rightarrow \left(a_1 + 3a_3 + ... + 3^{1003} \cdot a_{2007}\right) \cdot \sqrt{3} + \left(3a_2 + ... + 3^{1003} \cdot a_{2006}\right) =$

$\left(b_1 + 3b_3 + ...... + 3^{1003} \cdot b_{2007}\right) \cdot \sqrt{3} + \left(3b_2 + ..... + 3^{1003} \cdot b_{2006}\right)$ ……………………… 1p

deoarece $\sqrt{3} \in R - Q$, avem relatiile: $a_1 + 3a_3 + ...... + 3^{1003} a_{2007} = b_1 + 3b_3 + ...... + 3^{1003} \cdot b_{2007}$

si $3a_2 + ..... + 3^{1003} a_{2006} = 3b_2 + ..... + 3^{1003} \cdot b_{2006}$ ……………………………………… 2p

$\Rightarrow$ $a_1 - b_1$ este multiplu de 3, dar $a_1 - b_1 \in \{-2, 0, 2\} \Rightarrow a_1 = b_1$

analog se obtine $a_3 = b_3$, etc…

Un rationament similar pentru a doua egalitate conduce la $a_2 = b_2$ , $a_4 = b_4$ , etc.. ….. 2p

Deci $card\ A = 2^{2007}$ ……………………………………………………….. 1p

Din oficiu ………………………………………………………………… 2p

Total = 15 p