SUBIECTE

CONCURSUL DE MATEMATICA

FLORICA T. CÂMPAN

ETAPA JUDETEANA

17 - 18 FEBRUARIE 2007

CLASA A IV-A

1. Suma a patru numere este 282. Primul numar, patrimea celui de-al doilea, dublul celui de-al patrulea sunt cu 4 mai mari decât al treilea numar. Aflati numerele.

2. Gaseste cel mai mic si cel mai mare numar cu cifre distincte, stiind ca suma cifrelor fiecarui numar este 17.

3. Koallo este un copil care locuiste în dragutul orasel Oloko din Nigeria. Cum el iubeste matematica, recent a observat ca daca atribuie câte o alta cifra fiecareia dintre literele K, O, A, L si înmulteste numarul de 5 cifre corespunzator numelui oraselului cu 11, obtine numarul corespunzator numelui sau. Care sunt cifrele atribuite fiecarei litere?

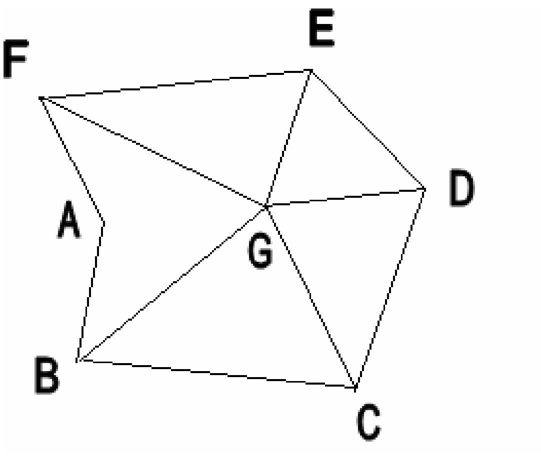
CLASA A V-A

1. a) Fie numarul $1234567891011121314...200520062007$. Sa se suprime 100 de cifre astfel încât numarul ramas sa fie cel mai mare posibil.

b) Sa se determine cel mai mic numar natural de forma $\overline{a_1a_2...a_k}$, $k \geq 1$, care verifica relatia: $\overline{7a_1a_2...a_k} = 5 \cdot \overline{a_1a_2...a_k7}$.

2. Pentru rezolvarea temei de vacanta, bunica îi da Anei câte o surpriza Barbie imediat ce termina de rezolvat o noua problema. Ana constata de fiecare data ca, adunând cifrele numarului de surprize primite pâna atunci, cu cifrele numarului de probleme care i-au ramas de rezolvat, obtine 11. Câte surprize Barbie va avea Ana la terminarea temei?

3. În figura alaturata avem un sistem de drumuri care leaga localitatile A, B, C, D, E, F, G. Fiecare drum existent între doua localitati vecine are lungimea un numar întreg de kilometri. O localitate se numeste „nod impar” daca suma lungimilor drumurilor care pleaca din ea este un numar impar de kilometri. Sa se arate ca localitatile nu pot fi toate „noduri impare”.



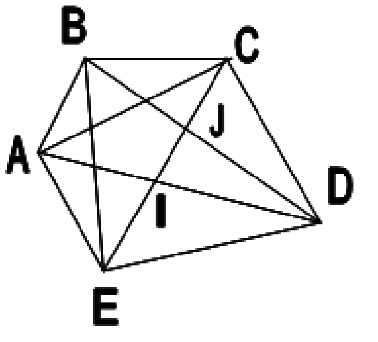
CLASA A VI-A

1. O reprezentanta a unui constructor de autoturisme a vândut în 2005 mai putin de 200 de masini. În 2006 vânzarile au crescut cu 28%, iar în 2007 este preconizata o scadere cu 15% fata de 2006. Câte autoturisme se prognozeaza a fi vândute în 2007?

2. În figura alaturata este desenat un pentagon ABCDE în care $\angle DAC \equiv \angle DBE$, $\angle ACE \equiv \angle BEC$, si $[AC] \equiv [BE]$. Fie $\{I\} = AD \cap CE$ si $\{J\} = BD \cap CE$.

a) Aratati ca $\angle AIC \equiv \angle BJE$.

b) Demonstrati ca $[AD] \equiv [BD]$.



3. a) Câte numere naturale $\overline{a_1a_2...a_n}\,(n \geq 2)$, formate din cifre nenule, au proprietatea ca toate numerele $\overline{a_1a_2}, \overline{a_2a_3}, ..., \overline{a_{n-1}a_n}$ sunt patrate perfecte?

b) Alin arunca doua zaruri, iar Vlad arunca trei zaruri. Fiecare vrea ca produsul numerelor obtinute de el sa fie patrat perfect. În care dintre cele doua situatii, probabilitatea atingerii obiectivului este mai mare?

CLASA A VII-A

1. a) Se dau doua numere întregi x si y. Cu ajutorul lor se formeaza un sir de numere în felul urmator. Primul numar este egal cu x. Al doilea numar este egal cu $x + y$. Al treilea numar este egal cu diferenta dintre al doilea si primul numar. Al patrulea numar este egal cu diferenta dintre al treilea si al doilea numar. Al cincilea numar este egal cu diferenta dintre al patrulea si al treilea numar si asa mai departe. Sa se afle primele 12 numere ale sirului si al 2007-lea numar.

b) Alegeti în fata fiecaruia dintre numerele $1, 2, 3, ..., 2006$ unul dintre semnele „+” sau „–„ astfel încât numarul $|\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm ... \pm 2006|$ sa ia cea mai mica valoare. Determinati aceasta valoare.

2. Un iaht trebuie sa parcurga un traseu sub forma de triunghi echilateral ABC, plecând din A. Pe iaht se afla Sam, Bob si John, care încearca sa înregistreze viteza vasului, dar având toti trei rau de mare, nu reusesc sa retina decât informatii incomplete. Astfel, Sam a observat ca iahtul a parcurs primele trei sferturi ale cursei în 3 ore si jumatate, John si-a notat doar ca ultimele trei sferturi ale drumului au fost parcurse în 4 ore si jumatate, iar Bob a observat ca pentru a parcurge distanta de la B la C au fost necesare cu 10 minute mai mult decât pentru distanta de la A la B.

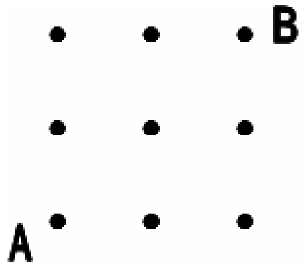
Presupunând ca, pe fiecare latura a triunghiului, iahtul a avut viteza constanta, sa se determine durata parcurgerii întregului traseu.

3. Consideram un patrat ABCD cu latura de 9 cm si punctele $E \in AD, F \in BC$, astfel încât $A \in (ED), C \in (BF), AE = 9\,cm, CF = 3\,cm$.

O furnica strabate cel mai scurt drum de la E la F care traverseaza patratul dupa o paralela la BC. Construiti drumul pe care îl parcurge furnica.

CLASA a VIII-a

1) Consideram 9 puncte dispuse ca în urmatoarea figura:



O furnica pleaca din A si ajunge în B trecând prin fiecare punct o singura data, pe un drum fara autointersectie si mergând pe laturile sau diagonalele „patratelor mici” care se pot forma cu punctele din retea. Daca lungimea laturii „patratului mic” este 1, aratati ca lungimea minima a drumului strabatut de furnica este 8 si cea maxima este $4+4\sqrt{2}$.

2) Fie piramida triunghiulara $VABC$ astfel încât $AV \perp VB$, $BV \perp CV$, $CV \perp AV$ C si care are produsul oricaror doua muchii opuse egal cu P. Asociem fiecarei muchii a piramidei cea mai mica dintre ariile triunghiurilor care au drept baza muchia respectiva si vârful pe muchia opusa a piramidei.

a) Demonstrati ca V este egal departat de muchiile bazei ABC;

b) Daca suma muchiilor piramidei este S si distanta de la V la una dintre muchiile bazei este d, calculati în functie de S si d suma celor sase arii asociate muchiilor piramidei.

3) Fie $A=\left\{a\in R \,\middle|\, a=a_1\sqrt{3}+a_2\left(\sqrt{3}\right)^2+....+a_{2007}\left(\sqrt{3}\right)^{2007};a_i\in\{-1,1\};i=\overline{1,2007}\right\}$

a) Determinati numarul de elemente rationale din multimea A.

b) Determinati numarul elementelor multimii A. Justificati raspunsul dat.