**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**

**Societatea de Stiinte Matematice din România** **Colegiul National „Vasile Alecsandri”**
**Filiala Galati** **str. Nicolae Balcescu, nr. 41, Galati**

**Concursul Interjudetean de Matematica**
**„Cristian S. Calude”**
**Galati , 03-05 noiembrie 2006**

***Clasa a VII – a***

**Barem**

**Problema 1**

a) Notam $m\left(\widehat{BAC}\right)=x$, $m\left(\widehat{ABC}\right)=y$ si $m\left(\widehat{BAD}\right)=z$.

Obtinerea ecuatiilor $y=2\cdot z$, $y=x+z$ si $2\cdot y+x=180^0$ …………………………………. 3 puncte

$x=z=36^0$ si $y=72^0$ ………………………………………………………………………. 2 puncte

b) $A_{BMC}=A_{BAC}=10\ cm^2$ …………………………………………………..……….. 1 punct

$A_{BMN}=\frac{1}{2}\cdot A_{BAC}=5\ cm^2$ ………………………………………………………….. 1 punct

**Problema 2**

2 divide produsul $a\cdot b\cdot(a-b)\cdot(a+b)$ pentru orice doua numere naturale $a$ si $b$ ………… 2 puncte

3 divide produsul $a\cdot b\cdot(a-b)\cdot(a+b)$ pentru orice doua numere naturale $a$ si $b$ ………… 2 puncte

6 divide produsul $a\cdot b\cdot(a-b)\cdot(a+b)$ pentru orice doua numere naturale $a$ si $b$ ………… 1 puncte

Finalizare ……………………………………………………………………………. 2 puncte

**Problema 3**

$card\ A=72$ …………………………………………………………………………… 1 punct

Determinarea conditiei ca doua numere $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}\in A$ si $a<a'$ sa fie în relatia $\Re$, adica relatia $a+b=a'+b'$……………………………………………………………………. ……………. 2 puncte

Determinarea numarului de cazuri favorabile ……………………………………………….. 2 puncte

Determinarea numarului de cazuri posibile …………………………………………………… 1 punct

Finalizare ………………………………………………………………………………… 1 punct

**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**
**Societatea de Stiinte Matematice din România** **Colegiul National „Vasile Alecsandri”**
**Filiala Galati** **str. Nicolae Balcescu, nr. 41, Galati**

**Concursul Interjudetean de Matematica**
**„Cristian S. Calude”**
**Galati , 03-05 noiembrie 2006**

***Clasa a VIII – a***

**Barem**

**Problema 1** Scade primele doua ecuatii si obtine $x = y$ ……………………………………..3p
Obtine $x = y = z$ ……………………………………………………………….2p
Finalizare solutia $(0,0,0)$, $(2,2,2)$ …………………………………..………..2p

**Problema 2** a) Descompune în factori ……………………………………………………..1p
b) Completeaza patratul de binom………………………………………………..1p
Scrie diferenta de patrate(sau aplica punctul a) ....................................................2p
Justificarea faptului ca $A$ este compus ……………………………………...1p
Justificarea faptului ca $A$ nu este patrat perfect………………………………….2p

**Problema3** Aplica (sau deduce si aplica) relatia lui Carnot…………………………………...3p
Obtine ca latura triunghiului este $8cm$ ……………………………………………3p
Afla aria $16\sqrt{3}cm^2$ ……………………………………………………………..1p

**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**
**Societatea de Stiinte Matematice din România** **Colegiul National „Vasile Alecsandri”**
**Filiala Galati** **str. Nicolae Balcescu, nr.41,Galati**

**Concursul Interjudetean de Matematica**
**„Cristian S. Calude”**
**Galati, 03-05 noiembrie 2006**

***Clasa a IX-a***

**Barem**

**1.** a). Pentru implicatia: $AB \parallel CD \Rightarrow (MP) \equiv (QN)$……………………………….2 puncte

b). Construieste paralele $MU$ si $NV$ la $AB$; $U \in (BD), V \in (AC)$ (presupune $AB \nparallel CD$)
……..…………………………………………………………………...1 punct

c). Arata ca $\Delta MUP \equiv \Delta NVB$ ……………………………………………………2 punct

d). Ajunge la contradictie………………………………………………………2 punct

**2.** a). Foloseste conditia $a^2+b^2+c^2=1$ si transforma relatia a doua………………..1 punct

b). Utilizeaza inegalitatea lui *Cauchy* ……………………………………………...2 puncte

c). Ajunge la inegalitatea $(S-\sqrt{3})\cdot(S+3\cdot\sqrt{3}) \le 0$, unde $S=a+b+c$ …………2 puncte

d). Arata ca $S \le \sqrt{3}$ ……………………………………………………………..1 puncte

e). Pentru deducerea valorilor $a,b,c$ ……………………………………………....1 puncte

**3.** a). Pentru justificarea relatiei de la punctul a)……………………………………...2 puncte

b). Arata ca $S(a,b,c)=(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)$…………………………………1 punct

c). Justifica relatia de la punctul i)………………………………………………1 punct

d). Justifica relatia de la punctul ii)……………………………………………1 punct

e). Demonstreaza inegalitatea de la punctul iii)...…………………………………...2 puncte

**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**
**Societatea de Stiinte Matematice din România** **Colegiul National "Vasile Alecsandri"**
**Filiala Galati** **str. Nicolae Balcescu, nr.41, Galati**

**Concursul Interjudetean de Matematica**
**"Cristian S. Calude"**
**Galati, 03-05 noiembrie 2006**

**Clasa a X-a**
**Barem**

**Problema 1**
-utilizeaza notiunea de perechi ordonate proportionale…………………….......1 punct
-pentru indicarea unei metode care conduce la demonstrarea faptului ca trei puncte sunt coliniare………………………………………………………………….…..1 punct
-pentru demonstrarea rezultatului în patrulaterul $ABCD$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{MN}$, unde $M$ este mijlocul lui $[AB]$ si $N$ mijlocul lui $[CD]$……………………………………….2 puncte
-aplica rezultatul precedent….…………………………………………………….2 puncte
-finalizare…………………………………………………………………………1 punct
Se acorda 7 puncte pentru orice alta solutie corecta.

**Problema 2**
a)-descompunere în factori : $\left(1+5^x\right)\cdot\left(2^{x+y}\cdot 3^y-2\cdot 3^{x+1}\right)=0$ ……………….…...1 punct
-daca scrie $\log_3 2=\dfrac{x-y+1}{x+y-1}$, cu $x+y-1\neq 0$, $x,y\in\mathbb{Q}$ ……………………..1 punct
-daca demonstreaza $\log_3 2\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ ……………………………………….1 punct
-finalizare…………………………………………………………………………1 punct
Se acorda 4 puncte pentru orice alta solutie corecta.
b)-daca demonstreaza $\sqrt[3]{3^n}-\sqrt{2^n}\geq 1$, pentru $n\geq 6$ ……………………… …2 puncte
-pentru $\sqrt[n]{3}-\sqrt[n]{2}<1$ ………………………………………………………...1 punct
Se acorda 3 puncte pentru orice alta rezolvare corecta.

**Problema 3**
-Se noteaza $\mathcal{C}$ cercul circumscris triunghiului $ABC$, $BM\cap\mathcal{C}=\{B_1\}$, $MC\cap\mathcal{C}=\{C_1\}$, $MA'\perp BC, A'\in BC$ si analoagele $B',C'$. $r(M)=MC_1\cdot MC$.
-exprimarea $B'C'=AM\cdot\dfrac{BC}{2R}$, $R$ este raza cercului $\mathcal{C}$, $MC_1=\dfrac{r(M)}{MC}$………..2 puncte
- pentru $\dfrac{B'C'}{B_1C_1}=\dfrac{MA\cdot MB\cdot MC}{2R\cdot r(M)}$ …………………………………………………..1 punct
-daca demonstreaza ca raportul $\dfrac{MB\cdot CM}{MA_1}=\dfrac{MA\cdot MB\cdot MC}{r(M)}=k$ ……………………1 punct
-daca justifica: triunghiul $A'B'C'\simeq A_1B_1C_1$ si $k=2R'$, unde $R'$ este raza cercului $A'B'C'$………………………………………………………………………1 punct
-daca justifica: $k$ este minim daca si numai daca $M=I$, unde $I$ este punctul de intersectie al bisectoarelor triunghiului $ABC$.........................................................1 punct
-finalizare…..………………………………………………………………………1 punct
Se acorda 7 puncte pentru orice alta rezolvare corecta.

**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**

**Societatea de Stiinte Matematice din România**
**Filiala Galati**

**Colegiul National "Vasile Alecsandri"**
**Str. Nicolae Balcescu, nr 41, Galati**

**Concurs intrajudetean de Matematica**
**"Cristian S. Calude"**
**Galati, 03-05 noiembrie 2006**

**Clasa a XI-a**

**Barem**

**Problema 1**

Evaluarea diferentei
$E(st_{ij},\varphi)-\max E(s,\varphi)$..........2puncte

Determinarea perechilor $(s,\varphi)$ astfel încât $E(st_{ij},\varphi)-E(s,\varphi)\le 0$, $(\forall)\, i,j=\overline{1,n}$..........1,5puncte

Stabilirea $\max E(s,\varphi)$, unde $(s,\varphi)\in S_n\times S_n$
$(s,\varphi)\in S_n\times S_n$..........0,5puncte

Determinarea perechilor $(s,\varphi)$ astfel încât $E(st_{ij},\varphi)-E(s,\varphi)\ge 0$, $(\forall)\, i,j=\overline{1,n}$..........1,5puncte

Stabilirea $\min E(s,\varphi)$, unde $(s,\varphi)\in S_n\times S_n$..........0,5puncte

Demonstrarea inegalitatii..........1 punct

**Problema 2**

Verificarea $f\left(\sin\frac{p}{18}\right)=0$..........1punct

$f$ ireductibil in $\mathbb{Q}[x]$..........2puncte

$f$ polinomul minimal din $\mathbb{Q}[x]$ pentru care $\sin\frac{p}{18}$ este radacina..........2puncte

Stabilirea divizibilitatii ( din teorema împartirii cu rest sau c.m.m.d.c )..........2 puncte

**Problema 3**

i) Determinarea valorilor $m\in\mathbb{Z}$ si $n\in\mathbb{N}$ astfel încât $x<ma_n<y$..........2puncte
Determinarea unei submultimi $B\subset K$, $B$ densa in $\mathbb{R}$..........1,5puncte
$K$ densa in $\mathbb{R}$..........0,5puncte

ii)Determinarea sirurilor $a_n, b_n\in K$ cu proprietatile $x-\frac{1}{n}<a_n<x<b_n<x-\frac{1}{n}, x\in\mathbb{R}$ .2puncte

Folosirea monotoniei si $|f(x)-x|<\frac{1}{n}\Rightarrow f(x)=x$..........1punct

**Inspectoratul Scolar al Judetului Galati**
**Societatea de Stiinte Matematice din România** **Colegiul National "Vasile Alecsandri"**
**Filiala Galati** **str. Nicolae Balcescu, nr.41, Galati**

**Concursul Interjudetean de Matematica**
**"Cristian S.Calude"**
**Galati,03-05 noiembrie 2006**

***Clasa a XII-a***

**Barem**

**Problema 1**

a) $f \circ f$ injectiva ………………………………………………. 1puncte
$f \circ f$ strict monotona …………………………………….. 2puncte
$f \circ f$ continua …………………………………………… 2puncte
Finalizare …………………………………………………… 2puncte

**Problema 2**

a) Prin reducere la absurd, daca $(\exists) a \in \mathbb{R}$ astfel încât
$M = aZ, \sqrt{2} \in a\mathbb{Z} \Rightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ……………………………………….....1 punct
$1 \in a\mathbb{Z} \Rightarrow a \in \mathbb{Q}$ si finalizare ………………………………………. 1 punct

b) $0 \in M; -x \in M$, daca $x \in M, x + y \in M, (\forall) x, y \in M$ …………………. 1 punct
Folosirea reducerii la absurd ( presupunem ca $\exists e_0 > 0$ astfel încât $M \cap (0, e_0) = \varnothing$ ) si alegerea lui $a = \inf(M \cap (0, \infty))$ )… ………….. 1 punct
$a \in M$ …………………………………………………………… 1 punct
$a\mathbb{Z} \subseteq M$ ……………………………………………………… 1 punct
Finalizare ……………………………………………………… 1 punct

**Problema 3**

a) Demonstrarea implicatiei inverse ( n=q=2) ………………………….. 1 punct
Demonstrarea inegalitatii $f(x_0) \le 0$, unde $f'(x_0) = 0$, cu egalitate daca si numai daca n=q=2 ……………………………………………………….. 2 puncte

b) Demonstrarea inegalitatii $|z| < q, z \in \mathbb{R}$ în cazurile n par si n impar, $n \ge 2$
……………………………………………………………………… 2 puncte
Demonstrarea inegalitatii $|z| < q$, pentru $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ………………….. 2 puncte