

Matematica

între mituri culturale și certitudine

De fapt, *ce este matematica?* Întrebarea ne descumpănește deoarece, aparent, toți știm răspunsul; gândul zboară imediat la orele de matematică din școală, la temele de acasă cu fracții, ecuații, triunghiuri și mai târziu cu derivate și integrale. Desigur, toate acestea sunt matematică, dar o definiție comprehensivă ne vine mai greu în minte. De fapt, orice definiție am încerca (știința calculului, tehnica manipulării logice a simbolurilor, teorie a structurilor organizate axiomatice etc.), vom constata că este fie incompletă, fie prea vagă pentru a descrie exact această știință.

Matematica este o știință care se bazează esențial pe *logica clasică*, dar nu este reductibilă totuși la logică, așa cum credeau logicienii de la începutul secolului al XX-lea. Dacă ar fi așa, ea s-ar reduce, cum observa **Henri Poincaré**, la o uriașă tautologie de tipul $a = a$. Ea conține intrinsec în mecanismul său intim o trăsătură care face ca un adevăr banal de tipul $a = b$ și $b = c$ implică $a = c$ să conducă prin raționament logic la adevăruri de mare profunzime, altfel de nepătruns chiar și pentru o inteligență sclipitoare. Dar vom reveni mai încolo asupra acestui fapt. Matematica, sau, mai precis, raționamentul matematic (am inclus aici și calculul matematic) are această virtute surprinzătoare de a înobila și îmbogăți adevărul primar, adăugându-i pe parcurs noi informații și dimensiuni. Aceasta este, de fapt, arta matematicianului profesionist, asemănătoare într-un fel cu cea a artistului care modelează din materia primară și amorfă forme cu valoare estetică. Am evidențiat doar un aspect al științei matematice ca instrument de cunoaștere, dau suntem departe de a contura o definiție a ei.

Matematica intervine în procesul de cunoaștere și descoperire prin intermediul unui *model* care reproduce în termeni simbolici mai mult sau mai puțin fidel un anumit fenomen sau proces fizic. În felul acesta, mișcarea mecanică se descrie prin intermediul legilor newtoniene ca o ecuație diferențială de ordinul doi (de fapt o relație între accelerație, viteză și poziție), dinamica particulelor subatomice se reduce la o ecuație cu derivate parțiale (ecuația Schrödinger), câmpul electromagnetic la ecuațiile lui Maxwell, iar dinamica fluidelor la ecuațiile Navier-Stokes. Aceste modele sunt foarte exacte în cazul proceselor fizice și tehnice, dar aproximative în cazul științelor sociale și chiar în unele științe ale naturii cum ar fi biologia. Opera literară scapă oricum oricărei încercări de a o explica serios folosind modele matematice și nici nu-i rău că se întâmplă așa. Ar fi, desigur, tragic dacă am putea cuantifica măiestria artistică și am putea pune în ecuație opera literară, deoarece aceasta ar însemna că misterul și fiorul creației artistice este doar o combinație de cifre. Sub influența structuralismului s-au făcut numeroase încercări în acest sens, dar rezultatele au fost pur speculative. Inadecvarea matematicii în descrierea fenomenelor sociale, spirituale și artistice provine din însuși specificul limbajului său care exclude exprimările ambigue și conceptele imprecise, deși structurile sale moderne pot descrie destul de nuanțat și fenomene sociale sau din sfera gândirii.

Totuși, să nu subestimăm matematica ca disciplină fundamentală în istoria culturii. Marii filosofi greci au încoronat-o ca pe o adevărată regină a științelor și aceasta

a rămas peste secole ca un model al perfecțiunii în gândirea umană. **Galileo Galilei** a afirmat chiar că natura este scrisă în limbaj matematic. Să mai presupunem că matematica a fost o creație a geniului **Greciei antice**. Ea nu s-a născut în Babilonia, India sau în Egiptul antic (acolo s-au inventat doar cifrele, calculul și tehnica măsurătorilor geometrice), ci în centrele culturale ale lumii grecești, odată cu *fundamentarea raționamentului deductiv și arta demonstrației geometrice*. Numai un popor înzestrat cu imaginație și înclinat spre meditație metafizică putea să-și dea seama că cele mai multe adevăruri cantitative referitoare la mărimi geometrice (unghiuri, distanțe, poziție) sau numere, pot fi deduse logic (o altă descoperire grecească) dintr-un set minimal de adevăruri elementare pe care le-am numit axiome. Atunci s-a născut matematica, cândva, cam cu cinci secole înainte de Hirstos.

Odată cu matematica s-a născut și *spiritul științific*, adică interpretarea critică a observațiilor empirice și a miturilor și încadrarea lor într-un sistem ordonat care evidențiază ideea de repetabilitate și, în ultimă instanță, de legitate.

Mai mult decât oricare alt domeniu al cunoașterii, matematica a intrat în conștiința culturală cu aura de infailibilitate pe care i-o conferă aparenta rigoare și precizie a argumentelor și rezultatelor sale. Mai întotdeauna când matematica intră în discuție i se asociază atribute precum: exactă, precisă (se spune chiar că ar fi „partea exactă” a științei) și este unanim văzută ca știința logico-deductivă producătoare de adevăruri irefutabile și complete.

Nu este intenția noastră aici de a știrbi miturile acestei științe care este, fără îndoială, una dintre cele mai importante creații ale geniului uman, dar am dori să nuanțăm totuși unele dintre ideile cele mai vehiculate și, din păcate, nu tocmai exacte despre matematică.

Să începem cu sintagma atât de frecvent utilizată: *Matematica – știință logico-deductivă*. Desigur, cu toții știm că raționamentul matematic se bazează pe principiile și mecanismele logicii formale și este, probabil, cea mai remarcabilă ilustrare a acesteia. Gândirea și exprimarea logică sunt parte a oricărui discurs articulat, dar numai în matematică acestea sunt obligații absolute. Matematica este un sistem formalizat construit pe un număr restrâns (și cum vom vedea minimal) de adevăruri elementare (axiome) din care se obțin, prin principiile logicii formale, adevăruri din ce în ce mai complexe. Marele mister și miracol al matematicii este capacitatea sa de a construi din adevăruri triviale (unele simple tautologii) adevăruri de mare profunzime. Așa cum am subliniat mai sus, procesul de descoperire matematică nu este pur și simplu o operație logică, adică o simplă înșiruire de silogisme, ci un act complex în care logica joacă doar rolul de instrument. Logicismul fundamentat și promovat de **Bertrand Russel** la începutul secolului pretindea în esență că matematica este o manipulare formală de simboluri, iar programul în care a crezut până la sfârșitul vieții marele matematician german **David Hilbert** își propunea fundamentarea matematicii pe baza unui sistem axiomatic complet și necontradictoriu. A fost, desigur, o tentativă utopică în care matematicienii de bun simț, am citat anterior pe **Henri Poincaré**, nu au crezut chiar de la bun început și care va fi infirmată ulterior în urma demonstrării de către **K. Gödel** a principiului incompletitudinii: *matematica nu este complet formalizabilă*. Acest rezultat aparent surprinzător avea, desigur, să deziluzioneze pe cei care au gândit matematica ca un edificiu perfect susținut prin soliditatea și infaili-

bilitatea logicii, dar de fapt adevărata forță și eficacitatea matematicii provin tocmai din aceea că raționamentul matematic este neformalizabil și impredictibil. Este și ceea ce a condus pe fizicianul **E. Wigner** la sintagma celebră „irezonabila eficiență a matematicii”.

În felul acesta se năruie și mitul exprimat de *Matematică – știință exactă*. Cele mai multe dintre adevărurile matematice sunt desigur exacte și neechivoce pentru standardele științei și tehnologiei actuale, dar gradul lor de precizie este totuși relativ. Nefuncționând ca sistem complet formalizat, matematica nu poate da un răspuns (de tip *da* sau *nu*) pentru orice propoziție, fără riscul de a produce contradicții logice. În fine, teoriile matematice dau soluții doar în cadrul unor anumite criterii de exigență și rigoare. De exemplu, mișcarea browniană se poate descrie matematic doar în termeni probabilistici și este de nedefinit în cadrul matematicii clasice. În aceeași categorie intră procesele dinamice care manifestă haos și care nu admit nici în prezent o descriere matematică exactă. Desigur, în timp matematica poate dezvolta teorii care să înglobeze aceste manifestări rebele prezente în sistemul naturii sau în propriul său corp, dar existența lor ilustrează tocmai faptul subliniat anterior: ca știință, matematica nu este nici exactă și nici fără reproș ca producătoare de adevăruri infailibile; este însă un instrument eficient de cunoaștere care datorează mult altor discipline și este deschis altor tipuri de raționament și de practici științifice. Aceasta nu înseamnă că matematica, ca știință, produce rezultate discutabile și nici că discursul său este doar o variantă mai pretențioasă a celui filosofic sau artistic. Ceea ce le desosebește fundamental însă este caracterul univoc al tezelor și rigoarea conceptelor matematice.

M. Heidegger observa undeva că rigoarea limbajului filosofic obligă – în discursul lor – filosofii să ajungă la concluzii asemănătoare. Aceași observație se aplică și matematicienilor și din același motiv derivă unitatea matematicii și caracterul neechivoc al rezultatelor sale.

Acad. Viorel BARBU