Pierre Fermat - patru secole de la naşterea sa

"Nu există nici matematici tradiţionale, nici matematici moderne. Matematica este o ştiinţă continuă."
J. P. SERRE

Secolul al XVII-lea este considerat epoca de aur din istoria matematicii. În această perioadă, din trunchiul comun al aritmeticii şi geometriei se desprind analiza matematică sub forma calculului "sublim", adică a calculului diferenţial şi integral, geometria analitică, teoria numerelor, calculul probabilităţilor. De această perioadă se leagă numele lui *R. Descartes* (1596-1650), *P. Fermat* (1601-1665), *B. Pascal* (1623-1662), *C. Huygens* (1629-1695), *I. Newton* (1643-1727), *G. W. Leibniz* (1646-1716).

Pierre Fermat s-a născut în august 1601 în localitatea Beaumont-en-Lomagne (botezul său este înregistrat la 20 august) şi a murit la Castres la 12 ianuarie 1665. Tatăl său, Dominique Fermat, era consul de Beaumont, iar mama sa, Claire de Long, provenea dintr-o familie de parlamentari. După studii de drept la Toulouse, şi-a început cariera de consilier la Curtea de Justiţie din Toulouse.

Pierre Fermat era de o erudiţie ieşită din comun. A rămas însă în istorie ca unul dintre cei mai mari matematicieni ai tuturor timpurilor.

Este îndeobşte recunoscut ca fondator al teoriei moderne a numerelor. Aproape toate rezultatele sale în teoria numerelor au fost date fără demonstraţie şi se găsesc fie în corespondenţa sa, fie notate pe marginea unor cărţi care îi aparţineau. Cartea care conţinea cele mai importante adnotări ale lui Fermat este o traducere în latină a celor 6 cărţi care s-au păstrat (din cele 13) ale lui Diofante din Alexandria (325 - 409 d.H.). Această carte s-a pierdut, dar, din fericire, în 1670 Samuel Fermat, fiul lui Pierre Fermat, a publicat o ediţie in folio a lui Diofante în care adnotările tatălui său sunt reproduse în locurile în care apăreau în exemplarul pierdut.

Aici apare şi enunţul cunoscut sub denumirea de *mare teoremă* (sau *ultima teoremă*) *a lui Fermat: ecuaţia* $x^n + y^n = z^n$, *unde* n *este un întreg arbitrar mai mare ca doi, nu are soluţii întregi altele decât cele în care una din necunoscute are valoarea zero.* Această teoremă a fost demonstrată după 350 de ani de eforturi ale unora dintre cei mai străluciţi matematicieni (vezi *Recreaţii matematice*, an I, 1/1999: *A. Corduneanu - Despre marea teoremă a lui Fermat*). Teorema în sine nu are o importanţă deosebită pentru matematică, dar eforturile pentru demonstrarea sa au condus la apariţia unor concepte şi teorii matematice de importanţă deosebită.

Cititorul cunoaşte desigur *mica teoremă a lui Fermat: dacă* p *este număr prim, atunci pentru orice număr întreg* a, *numărul* $a^p - a$ *se divide cu* p, *adică* $a^p \equiv a(\mathrm{mod}\, p)$ (vezi *Recreaţii matematice*, an III, 1/2001: *M. Crăciun- Mica teoremă a lui Fermat*). Pentru $a = 2$, obţinem $p \mid 2^p - 2$. Cu peste 25 de secole în urmă, chinezii considerau că este adevărată teorema: *dacă* p *este un număr natural cu proprietatea* $p \mid 2^p - 2$, *atunci* p *este prim.* Observăm că $341 = 11 \cdot 31$ şi $341 \mid 2^{341} - 2$, deci reciproca teoremei lui Fermat (şi "teorema" chineză) nu este adevărată. Numerele n cu proprietatea $n \mid 2^n - 2$ se numesc numere *pseudoprime.* Dacă numărul compus n are proprietatea că $n \mid a^n - a$, pentru orice întreg a, n se numeşte *absolut pseudoprim.* Cel mai mic număr absolut pseudoprim este $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$. S-a emis ipoteza că există o infinitate de numere absolut pseudoprime, dar această ipoteză nu a putut fi demonstrată.

Fermat s-a ocupat şi de studiul numerelor *prietene* (*amiabile*), numerelor *perfecte*, precum şi a numerelor prime de forma $p = 2^k + 1$, care îi poartă numele. Fermat a presupus că pentru orice n natural, numărul $F_n = 2^{2^n} + 1$ este număr prim, dar în 1732, Euler a observat că $641 \mid F_5$. Şirul $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ are proprietăţi foarte interesante şi există probleme încă nerezolvate relativ la acest şir.

Tot Fermat a propus ecuaţia diofantică $x^2 - dy^2 = 1$, unde d este un număr natural care nu este pătrat perfect. Această ecuaţie este cunoscută, în mod eronat, sub denumirea de *ecuaţia lui Pell* şi soluţia sa completă a fost dată de *Lagrange*. Enunţurile şi adnotările lui Fermat privind teoria numerelor sunt extrem de numeroase şi multe despre ele nu sunt însoţite de demonstraţii.

Fermat consideră că polinomul $P(x) = x^2 + x + 41$ generează numai numere prime (cînd x parcurge $\mathbb{N}$). Se observă că $P(40) = 40^2 + 40 + 41 = 41^2$. Se arată că nici un polinom cu coeficienţi întregi de grad mai mare ca 0 nu poate genera numai numere prime.

Pierre Fermat este, alături de Blaise Pascal, considerat fondator al teoriei probabilităţilor. Anul 1654, în care într-un schimb de trei scrisori între Pascal şi Fermat au fost rezolvate trei probleme privind evaluarea şanselor de câştig în jocurile de noroc (cu zaruri), este considerat ca anul de naştere a teoriei probabilităţilor.

Fermat, alături de René Descartes sunt consideraţi cofondatorii geometriei analitice şi geometriei algebrice prin introducerea coordonatelor, în mod independent, Fermat în memoriul "*Isagae ad locos planos et solidas*" (publicat după moartea sa, în 1679) şi Descartes în "*Geometria*", cea de a treia anexă a operei sale monumentale "*Discurs asupra metodei*", din 1637.

Prin memoriile sale privind teoria maximelor şi asupra tangentelor şi cvadraturilor, ca şi printr-o dispută celebră cu Descartes asupra explicaţiei difracţiei, dispută extinsă asupra metodei extremelor în general, Fermat deţine prioritatea în inventarea calculului diferenţial şi integral. El a formulat teorema ce-i poartă numele privind punctele de extremum relativ. Este interesant că deşi a calculat derivate (derivata lui $\sin x$) şi a calculat integrale (arii), el nu face legătura între derivată şi integrală. Preocupările sale în acest domeniu sunt anterioare cu cel puţin 5 ani apariţiei memoriului lui Leibniz asupra calculului diferenţial.

Se consideră că propoziţia formulată de Fermat (marea teoremă) a devenit într-adevăr teoremă o dată cu apariţia lucrării lui A. Wiles "*Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*" (Ann. of Math. 142, 1995, pp. 443 - 551). Remarcăm faptul că demonstraţia marii teoreme a lui Fermat, în cazul general, foloseşte metodele geometriei algebrice, disciplină pentru care Fermat este considerat precursor.

Pentru a înţelege contribuţia deosebită adusă de Fermat la construcţia matematicii unitare şi continue, este suficient să ne gândim la faptul că opera lui Leonard Euler, indiscutabil cel mai prolific matematician al tuturor timpurilor, ar fi mai săracă dacă nu ar fi intrat în contact cu lucrările lui Fermat. De altfel este cunoscută afirmaţia, cu referire specială la teoria numerelor: "Gauss nu ar fi putut exista fără Euler, iar Euler nu ar fi putut exista fără Fermat".

Prof. dr. *Petru MINUŢ*