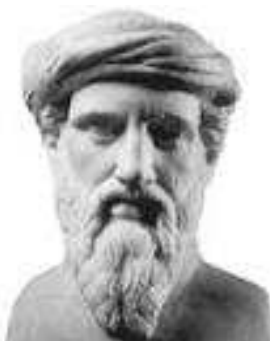


DIN ISTORIA MATEMATICII

Pitagora (c. 560 – c. 480 î.Hr.)

Pitagora a fost unul dintre marii învățați ai lumii antice și o personalitate fascinantă a tuturor timpurilor. Pitagora este în același timp filosof, geometru, teoretician al teoriei numerelor, fizician, astronom, moralist, legislator și psiholog. El a realizat pentru prima dată legătura între mărimi și numere și a arătat cum relațiile între mărimile figurilor geometrice se transpun în relații între numere. Pitagora înființează o școală filosofico-religioasă, **Școala pitagoreică**, pe al cărei frontispiciu era scrisă deviza: **MUNDUM REGUND NUMERI** (numărul guvernează lumea). Ideea filosofică principală a pitagoreicilor este că numerele reprezintă esența lucrurilor, iar universul este un sistem ordonat și armonios de numere și raporturi numerice. Legătura între aritmetică și geometrie, inițiată de Pitagora și continuată de câteva generații în școala ce-i poartă numele, a fost încheiată de *Euclid* în celebrele sale *Elemente*.



Pitagora s-a născut în insula Samos, Grecia, aproximativ în anul 560 î.Hr. Se trăgea dintr-o familie cu stare - tatăl său, Mnesarchos, fiind cioplitor în piatră -, fapt care i-a permis să facă o serie de călătorii în țări ale lumii antice, precum Egipt, Mesopotamia sau India. A făcut cunoștință cu tot ce acumulase știința popoarelor orientale, din care, mai târziu, s-a inspirat în construcția propriului sistem filosofic.

Diverși comentatori ai lui Pitagora, precum *Diodor* din Sicilia, relevă faptul că dascălii săi în ce privește geometria au fost egiptenii, în aritmetică - fenicienii, iar în astronomie - chaldeenii. În Grecia a învățat cu *Thales* din Milet. În India, Pitagora studiază doctrina *transmigrației sufletelor*, asimilează învățătura *esoterică* și adâncește cunoașterea și înțelegerea structurii a ceea ce este *Divin*. El vorbește despre *Karma* și declară în legătură cu nemurirea sufletului: *Omul poartă în interiorul său o parte de energie primordială și divină care supraviețuiește la moartea corpului, în lumea astrală, pentru ca în acord cu comportamentul etic al vieții sale anterioare să se reîncarneze în alt corp și să trăiască altă existență și astfel, în mod succesiv, până la întoarcerea finală la Divin.*

După mărturiile lui *Aristotel*, în anul 538 î.Hr. Pitagora se întoarce în patria sa, unde găsește noi rânduieli politice: aristocrația din insula Samos fusese înlăturată de la putere, în locul ei instaurându-se regimul dictatorial al lui Polycrate. Pitagora părăsește insula și se stabilește în Crotona - capitala culturală a sudului peninsulei italiice. Aici, la Crotona, pune bazele primei asociații filosofico-religioase denumită *Școala pitagoreică*, care a avut la început 300 de adepți. Cu timpul, organizația se ramifică cu repeziciune, creându-se filiale în principalele cetăți italiice și din Sicilia: *Tarent*, *Metapontum*, *Sybaris*, *Syracuse* și *Agrigentum*.

Puteau adera la Școala pitagoreică și bărbații și femeile. Admiterea se făcea în urma unei selecții dure și de durată. Odată admis, novicele era învățat știința

purificărilor fizice și morale. Toți membrii aveau obligația de a păstra secretul asupra învățăturilor primite, cât și asupra organizării școlii și activităților desfășurate de ea. Erau obligatorii respectarea ierarhiei școlii și supunerea față de ordinele Maestrului. Se impunea un regim alimentar sever, care excludea carnea, vinul, ouăle și boabele (în special cele de mazăre). Disciplina de fier și spiritul de solidaritate impuse membrilor erau proprii sectelor religioase secrete. Obiectele de învățământ erau împărțite în patru secții: *teoria numerelor sau aritmetica*, *teoria numerelor aplicate sau muzica*, *teoria mărimilor în stare de repaus*, adică *geometria*, și *teoria mărimilor în stare de mișcare sau astronomia*. Pitagoreicii aveau ca semn de unire *Pentagonul stelat* sau *Pentagrama*. Acest simbol avea pentru ei o semnificație mistică, literele scrise în vârfulurile pentagramei formau cuvântul $\nu\gamma\iota\theta\alpha$ (corespunzând cuvântului „salut”) [4].

Pitagora și pitagoreicii consideră că fiecare număr are caracteristicile sale distinctive ce determină calitățile și comportamentul lucrurilor. *Unu* nu era considerat număr, el era esența tuturor numerelor. *Doi* reprezenta femeia și deosebirea de opinie. *Trei* reprezenta bărbatul și armonia înțelegerii. *Patru*, care poate fi vizualizat ca un pătrat având patru unghiuri egale și patru laturi egale, simbolizează egalitatea, justiția, cinstea. *Cinci*, ca sumă dintre trei și doi, semnifică căsătoria.

Pitagoreicienii au fost fascinați de numerele având anumite proprietăți. Astfel, 7 este un număr magic, deoarece este singurul între 2 și 10 care nu poate fi obținut înmulțind sau împărțind două dintre celelalte numere. Numărul 16 este singurul număr care poate fi atât aria cât și perimetrul aceluiași pătrat. Numărul 10 este considerat număr sfânt, pentru că este suma numerelor 1, 2, 3 și 4, numerele ce definesc dimensiunile lumii fizice (1 punct - zero dimensiuni, 2 puncte - determină o linie uni-dimensională, 3 puncte - determină un triunghi doi-dimensional și 4 puncte - determină o piramidă trei-dimensională) [1].

Cercetările făcute de Pitagora și discipolii săi au pus în evidență diferite numere și grupe de numere bazate pe proprietățile aritmetice ce le posedă: *pare* și *impare*, *figurative*, *perfecte*, *amiabile* etc.

Celebra teoremă care îi poartă numele, *teorema lui Pitagora*, este un rezultat cunoscut cu mult timp înainte în China, Mesopotamia, Egipt, dar Pitagora are meritul de a fi primul care a demonstrat-o riguros.

Pe timpul lui Pitagora erau cunoscute numai trei poliedre regulate: tetraedrul, cubul și dodecaedrul. El a descoperit încă două: *octaedrul* și *icosaedrul* și a arătat că nu mai există alte poliedre regulate. Deși datorăm lui Pitagora teoria completă a poliedrelor regulate, aceste cinci corpuri solide poartă numele filosofului Platon - *corpurile platonice* [1].

Dacă descoperirile lui Pitagora în domeniul matematicii sunt destul de cunoscute, puțini sunt avizați în ceea ce privește preocupările marelui gânditor al Greciei antice în anumite discipline, aflate în faza de început: *cosmogonia*, *acustica*, *teoria muzicii*, *etica*, *doctrinile politice*.

Un merit deosebit al Școlii pitagoreice este fundamentarea acusticii experimentale. Sunetele muzicale sunt explicate prin teoria armoniei numerice; diferențele între sunete apar ca raporturi numerice, sunetele muzicale fiind, astfel, determinate matematic. Se stabilesc următoarele rapoarte pentru principalele intervale muzicale: oc-

tava corespunde la un raport de $\frac{1}{2}$, cvinta la $\frac{2}{3}$, cvarta la $\frac{3}{4}$, iar tonul la $\frac{9}{8}$. Pitagora și școala sa au măsurat lungimile coardelor care produc anumite sunete; faptul că octava corespunde raportului $\frac{1}{2}$ înseamnă chiar raportul a două coarde de lungimi l și $2l$.

Pitagora emite o teorie cosmogonică îndrăzneată pentru epoca sa, după care Pământul nu se mai află în centrul Universului și se rotește în jurul axei sale de la vest la est. Aristotel relatează că pitagoreicii considerau că numărul corpurilor cerești trebuie să fie zece (zece fiind numărul sfânt). Corpurile cerești au formă sferică și sunt următoarele: Mercur, Venus, Marte, Jupiter, Saturn, Soarele, Luna, Pământul, Calea lactee (stelele fixe) și Contrapământul; primele nouă sunt vizibile, iar al zecelea este inventat de ei. În centrul universului se află o masă de foc, iar Pământul se mișcă în cerc în jurul focului central (care nu este identic cu Soarele). Această concepție despre Univers apare ca fiind o precursoră a heliocentrismului copernician. Cele zece sfere cerești emit sunete, ca orice corp în mișcare, fiecare producând un sunet diferit, conform mărimii și vitezei sale de mișcare. Astfel, ia naștere un sunet armonic produs de sferele în mișcare, *muzica sferelor*. Noi nu percepem muzica sferelor, pentru că trăim în ea și o auzim tot timpul. Mișcarea sferelor cerești se poate exprima prin raporturi numerice.

În privința eticii, Pitagora consideră că există 10 virtuți aflate în concordanță cu numărul 10 - numărul perfect sau decada divină. Fiecărei virtuți i se asociază un număr. Modul de viață al pitagoreicilor era întemeiat pe principii riguroase privind hrana, îmbrăcămintea, conduita în familie și societate, principii față de care grecii aveau un profund respect [6].

Școala pitagoreică, acest edificiu filosofico-mistic bazat pe numere, a început să se clatine și apoi să se prăbușească atunci când s-a constatat că există mărimi geometrice care nu pot fi exprimate cu ajutorul numerelor naturale sau raționale. De reținut este faptul că aceste mărimi au fost găsite chiar cu însăși teorema lui Pitagora. Într-adevăr, aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic având catetele egale cu 1, se obține ipotenuza egală cu $\sqrt{2}$, care nu poate fi exprimat ca raport de două numere întregi; ca urmare, ipotenuza este incommensurabilă cu latura sa. Se presupune că $\sqrt{2}$ este primul număr irațional cunoscut în matematici. Descoperirea mărimilor incommensurabile a dezlănțuit una din cele mai grave crize din istoria matematicilor, numită și „scandalul mărimilor iraționale” [3].

Faptul că $\sqrt{2}$ este un număr irațional a fost demonstrat de către Euclid în ale sale Elemente prin metoda reducerii la absurd. Să remarcăm faptul că școala pitagoreică a demonstrat iraționalitatea numerelor $\sqrt{2}$ și $\sqrt{5}$ folosind conceptul de infinit. Acest concept nu poate fi definit, dar poate fi intuit în forma unor procese nesfârșite și convergente. Pentru prima oară, astfel de procese apar la Zenon din Elea (sec. V î.Hr.). Procedeu folosit de Zenon, cunoscut sub numele de *dichotomie*, este următorul: un segment AB este împărțit în două părți egale de un punct C_1 . Segmentul C_1B este din nou înjumătățit de punctul C_2 ș.a.m.d. Are loc relația de egalitate: $AC_1 + C_1C_2 + C_2C_3 + \dots + C_nC_{n+1} + \dots = AB$ și, dacă luăm $AB = 1$ (unitatea de măsură), se obține seria: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$. Acesta este *paradoxul lui Zenon*: pe de o parte, seria obținută are o infinitate de termeni, iar, pe de altă parte, suma ei este

finită.

În afara activității științifice și școlare, cercurile pitagoreice din cetățile grecești enumerate mai sus s-au implicat activ în lupta politică (ca partid aristocrat), au luat parte la războaie civile și campanii militare ce urmăreau extinderea puterii aristocratice asupra unor cetăți cu guvernare democratică. Astfel, pitagoreicii au stârnit puternice reacții de ostilitate în sânul cetățenilor de rând, ei fiind considerați „inițiați”. Cetățenii Crotonei s-au răsculat, sub conducerea lui Cylon, au dat foc seminarului și i-au ucis pe cei aflați în interior. Legenda spune că Pitagora a fugit noaptea, dar destinul i-a condus pașii spre un lan de mazăre; nedorind să calce aceste plante sfinte, a fost prins și omorât. Avea vârsta de aproximativ 80 de ani.

După cum susține în scrierile sale *Platon* (asupra căruia învățăturile lui Pitagora au avut o mare influență), doar doi pitagoreici, *Lysis* și *Architos*, au reușit să se salveze refugiindu-se la Teba, unde ar fi pus bazele unei școli pentru învățătura lor. Cert este că pe la jumătatea sec. al V-lea î.Hr. asociațiile pitagoreice din orașele italice și siciliene erau complet dizolvate.

Pitagora refuza atributul de înțelept (*sophos*) pe care i-l dădeau contemporanii, el se considera numai prieten al înțelepciunii (*philosophos*). Pitagora nu a lăsat nici o învățătură scrisă, învățăturile sale au fost transmise „de la gură la ureche”, adică de la maestru la discipol, totul purtând pecetea secretului. Se explică astfel faptul că ideile și descoperirile sale nu pot fi delimitate cu certitudine de cele ale discipolilor săi. Doctrina filosofică a pitagorismului ne este cunoscută din lucrările pitagoricienilor de mai târziu și ale lui Aristotel. Celebrele texte *Versurile de aur ale lui Pitagora* și *Legile morale și politice ale lui Pitagora* aparțin unei epoci ulterioare.

Istoria matematicii îl așează pe Pitagora printre marii matematicieni ai lumii antice și ai tuturor timpurilor. El a înlocuit cunoașterea empirică cu un nou mod de investigare a realității: raționamentul și stabilirea adevărului pe calea demonstrației. Prin conceptele introduse, cercetările și rezultatele obținute, Școala pitagoreică reprezintă un salt calitativ important în matematica tuturor timpurilor. Este unul dintre salturile decisive pe care matematica le-a făcut de-a lungul istoriei sale milenare.

Figura legendară a lui **Pitagora** impresionează și astăzi prin măreția gândirii sale și prin multitudinea de domenii în care a contribuit la îmbogățirea patrimoniului științific și cultural al umanității.

Bibliografie

1. **M.J. Bradley** – *The Birth of Mathematics*, Chelsea House Publishers, 2006.
2. **F.T. Câmpan** – *Triunghiuri, triunghiuri și iar triunghiuri*, Ed. Ion Creangă, București, 1974.
3. **F.T. Câmpan** – *Din istoria câtorva numere de seamă*, Ed. Albatros, Buc., 1973.
4. **M. Cerchez** – *Pitagora*, Ed. Academiei, București, 1986.
5. **J. Mallinger** – *Pitagora și misterele antichității*, Ed. Herald, 1971.
6. **I. Montanelli** – *Istoria grecilor*, Ed. Artemis, București, 2002.

Conf.dr. Vitali GHEORGHÎĂ