Probleme din revista "RECREAŢII ŞTIINŢIFICE" (1883 - 1888)[1]

1 (*Problema 9, p. 56*). Să se demonstreze egalitatea fracţiilor

$$\frac{345}{999} = \frac{345\,345}{999\,999} = \frac{345\,345\,345}{999\,999\,999} = \dots$$

fără a se servi de reducerea la acelaşi numitor. (G. I. R.)[0]

2 (*Problema 10, p. 56*). Să se demonstreze, în mod general, că diferenţa între două numere formate din aceleaşi cifre semnificative este divizibilă prin 9. (G. I. R.)

3 (*Problema 37, p. 152*). Suma a două pătrate nedivizibile cu 7 nu este divizibilă cu 7. (I. V. P.)

4 (*Problema 60, p. 312*). Să se verifice egalitatea:

$$(\sqrt{3}+1)\sqrt[3]{9-5\sqrt{3}} - (\sqrt{3}-1)\sqrt[3]{9+5\sqrt{3}} = 0.$$ (I. D. R.)

5 (*Problema 14, p. 56*). A căuta rădăcinile raţionale ale ecuaţiei :

$$x^4 - x^3 - 13x^2 + 16x - 48 = 0.$$ (C. C.)

6 (*Problema 73, p. 381*). Să se rezolve următorul sistem de ecuaţii :

$$xy + x + y = 31$$
$$x^2 + y^2 - (x+y) = 48.$$ (I. D. R.)

7 (*Problema 32, p.120*) .În ce caz expresia $x^2y^3z^4$ este maximă, ştiind că $4z + 3y + 2x = \text{const.}$? (I. D. R.)

8 (*Problema 3, p. 24*). În ce caz expresia $\sin^3 x \cos x$ este maximă ? (I. D. R.)

9 (*Problema 29, p. 119*). Se consideră un cerc O tangent în punctele M şi N la laturile unui unghi A. Se duce o tangentă oarecare BC într-un punct situat pe arcul cel mai mic al circumferinţei. Tangenta BC întâlneşte laturile unghiului în punctele B şi C. Să se arate că : **1°** perimetrul triunghiului ABC este constant; **2°** unghiul BOC este constant. (C. C.)

10 (*Problema 22, p. 88*). Se dă un cerc O, un diametru AC, tangenta AB la extremitatea A a acestui diametru. Dintr-un punct fix B al tangentei, se duce diametrul BDI; tot din B se duce o secantă oarecare BGH, care întâlneşte circumferinţa în G şi H; apoi se unesc punctele G şi H cu extremitatea C a diametrului AC; dreptele CG şi GH întâlnesc diametrul BDI în punctele P şi Q. A demonstra că $OP = OQ$. (C. C.)

---

1 *Selectate de T. Bîrsan din volumul 1 (1883)*

0 *Iniţialele unor membri din redacţia revistei : C.C. - C.Climescu, G.I.R. - G.I.Roşiu, I.D.R. - I.D.Rallet, I.V.P. - I.V.Praja.*

11 (*Problema 76, p. 382*). Fiind dat un triunghi isoscel, să se afle locul geometric al punctelor astfel că perpendiculara dusă din aceste puncte pe baza triunghiului să fie medie proporţională între perpendicularele duse pe celelalte două laturi. (I. D. R.)

12 (*Problema 30, p. 120*). Care este înălţimea unui con înscris într-o sferă de rază R, volumul conului fiind $\frac{1}{6}$ din volumul sferei. (G. I. R.)

13 (*Problema 41, p.184*). Să se înscrie într-o sferă un con al cărui volum să fie maxim. (I.D.R.)

14 (*Problema 64, p. 344*). Se dau două drepte, nu în acelaşi plan, de direcţii perpendiculare una pe alta. O dreaptă de lungime constantă se mişcă răzămându-se cu extremităţile ei pe dreptele dreptunghiulare din spaţiu. Să se afle linia descrisă de mijlocul dreptei de lungime constantă, când se mişcă. (I. D. R.)

15 (*Problema 55, p. 280*). Prelungind razele vectoare care pleacă dintr-un punct oarecare M al unei elipse la cele două focare F şi F' până la întâlnirea lor în P şi Q cu elipsa, să se demonstreze că

$$\frac{MF}{FP} + \frac{MF'}{F'Q} = \text{constantă} .$$ (C. C.)

16 (*Problema 45, p. 216*). Să se construiască o hiperbolă cunoscându-se trei puncte şi direcţiile asimptotelor. (C. C.)

17 (*Problema 56, p. 280*). O parabolă se mişcă paralel cu ea însăşi aşa ca vârful său descrie o parabolă fixă egală cu cea mobilă. Din vârful parabolei fixe se duc tangente la cea mobilă. Să se afle locul geometric al punctelor de contact. (C. C.)

18 (*Poblema 40, p.152*) La o curbă de gradul al doilea, perpendiculara dusă din focar pe o coardă şi diametrul conjugat coardei se întâlnesc pe directoarea corespunzătoare focarului. (C. C.)

19 (*Problema 15, p.56*). Să se construiască curba reprezentată prin ecuaţia

$$x^2y - xy = 1.$$ (C. C.)

20 (*Problema 33, p. 120*). Să se construiască curba reprezentată prin ecuaţia

$$y^4 = x(x^3 - 4).$$ (C. C.)