

## CORESPONDENȚE

### Cercul de matematică "Leonard Euler" organizat la Universitatea Humboldt, Berlin

#### Probleme pentru clasa a VIII-a

*Holger STEPHAN*<sup>1</sup>

**Notă.** Rubrica "Correspondențe" are ca scop informarea elevilor și profesorilor din țara noastră cu privire la activitatea de performanță din alte colțuri ale lumii. Pentru orice "corespondență", soluțiile problemelor vor fi publicate în numărul următor al revistei. Materialul de față a fost obținut prin strădania d-lui **Dan Tiba**, cercetător principal I, Institutul de Matematică al Academiei Române.

1. Patru numere adunate două câte două dau sumele 4, 7, 9, 14, 16, 19. Care sunt cele patru numere?

2. Demonstrați că prin "rotirea către dreapta" a unui număr de 8 cifre, divizibil cu 73, se obține tot un număr divizibil cu 73. (Se spune că un număr natural este "rotit către dreapta", dacă ultima cifră este mutată în fața primei cifre; exemplu:  $1234 \rightarrow 4123$ .)

3. Aflați cifrele necunoscute  $x, y, z$  din egalitatea

$$20\,058\,473 \cdot 11! = \overline{x00yz0055046400}.$$

4. Un număr  $x$  format din cinci cifre diferite și nenule este divizibil cu 9. Arătați că suma tuturor numerelor de cinci cifre distincte ce se pot forma cu aceste cinci cifre (inclusiv  $x$ ) este divizibilă cu 2399976.

5. Găsiți toate perechile de numere întregi  $x$  și  $y$  care sunt soluții ale ecuației diofantice  $2x^2 + 7xy + 3y^2 = 228$ .

6. Găsiți toate perechile de numere întregi  $x$  și  $y$  care sunt soluții ale ecuației diofantice  $2x^2 + 3y^2 = 77$ .

7. Considerăm numărul natural  $n$ ,  $1000 \leq n < 5000$ . Formăm numărul (de 12 sau 13 cifre) obținut scriind în ordine cifrele lui  $3n$ ,  $2n$  și respectiv  $n$ . Arătați că acest număr este divizibil cu  $2^8 + 1$ .

8. Șase numere prime  $7 < p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < p_5 < p_6$  formează un "sextet de numere prime", dacă  $p_2, p_3$  și  $p_4, p_5$  sunt numere prime gemene (adică  $p_3 - p_2 = p_5 - p_4 = 2$ ), iar  $p_2 - p_1 = p_4 - p_3 = p_6 - p_5 = 4$ . Demonstrați că suma lor este divizibilă cu 630.

9. Este posibil ca suma a șapte pătrate perfecte succesive să fie un pătrat perfect?

---

<sup>1</sup> Cercetător dr., Institutul Weierstrass, Berlin (e-mail: [stephan@wias-berlin.de](mailto:stephan@wias-berlin.de))