

## CONCURSURI ȘI EXAMENE

### Concursul de matematică „Florica T. Câmpan”

Ediția a XVII-a, Iași, 11 martie 2017

#### Clasa a III-a

1. a) Care dintre numerele care se rotunjesc la 450 dau câtul 64 la împărțirea prin 7?

b) O familie culege merele din livadă în șase zile. Dacă ar veni în ajutor trei vecini, merele ar fi culese în trei zile. Știind că toate persoanele sunt la fel de harnice, stabiliți câți membri are familia.

2. a) Aflați numărul natural  $\overline{ab}$ , știind că  $\underbrace{b \times b \times \dots \times b}_{\text{de } a \text{ ori}} = \overline{ab}$ .

b) În trei cutii sunt 308 bile. Din prima cutie se scoate un număr de bile, din a doua cutie - de două ori mai multe bile, iar din a treia cutie - de două ori mai multe bile decât din a doua cutie. În fiecare cutie rămâne câte un număr de bile egal cu numărul total de bile extras din cele trei cutii. Câte bile erau la început în fiecare dintre cutii?

3. Alexandru a scris, în ordine crescătoare, pe șapte coloane, toate numerele naturale de la 1 la 100, apoi a încadrat într-un pătrat patru numere:

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21

.....  
Alexandru încadrează apoi alte patru numere într-un pătrat, suma acestora fiind 248. Care este numărul din colțul stânga-sus al celui de-al doilea pătrat?

#### Clasa a IV-a

1. a) Găsiți cel mai mic și cel mai mare dintre numerele care se scriu cu cifre distincte și au suma cifrelor 17.

b) Maria scrie un număr pe tablă. Ioana îl șterge și scrie unul de două ori mai mare. Maria îl șterge și scrie un număr de trei ori mai mare decât numărul Ioanei. Ioana îl șterge și scrie numărul 60, care este cu 6 mai mare decât al doilea număr al Mariei. Ce număr a scris Maria prima dată pe tablă?

2. a) Ana a cheltuit în prima zi jumătate din suma pe care o avea și încă 5 lei. A doua zi a cheltuit o treime din ce i-a rămas și încă 10 lei; a treia zi - un sfert din noul rest și încă 20 lei iar în a patra zi - jumătate din ce mai avea și ultimii 35 lei. Câți lei avea Ana la început?

b) Pe tablă sunt scrise, crescător, numerele de la 0 la 2017. Începând cu 0, Diana taie numerele din trei în trei. Începând tot cu 0, Alex taie numerele din cinci în cinci. Un număr tăiat de ambii copii este șters de pe tablă. Câte numere rămân pe tablă?

3. Se consideră numerele naturale de 100 de cifre, fiecare având suma cifrelor egală cu 100, scrise în ordine crescătoare.

a) Care sunt primele trei numere din șir?

b) Determinați al treisprezecelea număr din șir.

### Clasa a V-a

1. a) Se consideră numărul 35355355535555..., având 65 de cifre. A câta cifră a numărului este ultimul 3?

b) Ash își duce pokemonii într-o pădure, pentru a le testa puterile. Primul testat, Pickachu, doboară 81 de alune. Fiecare dintre următorii pokemoni doboară câte un număr de alune egal cu triplul sau treimea numărului de alune ce au fost doborâte înaintea sa. Ultimul pokemon, Bulbazar, doboară  $3^{12}$  alune. Învingător a fost Charizard, cu  $3^{21}$  alune doborâte. Care este cel mai mic număr posibil de pokemoni ai lui Ash?

*Elena Andone și Cristina Simirad*

2. a) Anul nașterii Floricăi T. Câmpan este  $\overline{xyzt}$ . Produsul cifrelor acestui număr este zero. Împărțind numărul  $\overline{xyzt}$  prin  $\overline{xy}$ , obținem un cât cu 81 mai mare decât împărțitorul și restul este egal cu 6. La vârsta de 58 de ani, Florica T. Câmpan obține titlul de doctor docent. In ce an a obținut acest titlu?

b) Se consideră mulțimile  $A = \{(n - m)(n + m) \mid n, m \in \mathbb{N}^*, n > m\}$  și  $B = \{2^1 + 2^2 + \dots + 2^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ . Determinați  $A \cap B$ .

*Gabriela Păcurar și Nicoleta Crețu*

3. Trei frați, Andrei, Bogdan și Cristian, au împărțit între ei nucile dintr-un sac. Fratelui cel mare i-au revenit cu 8 nuci mai mult decât fratelui cel mic. Fratele mijlociu a primit un număr de nuci egal cu jumătate din numărul total de nuci al fraților lui. Fiecare dintre cei trei frați își împarte nucile primite în grupe de câte 5 nuci. Lui Andrei îi rămâne o nucă negrupată iar lui Bogdan îi rămân negrupate 3 nuci.

a) Care este numele celui mai mare dintre frați?

b) Câte nuci i-au rămas negrupate lui Cristian?

*Romela Boboc*

### Clasa a VI-a

1. a) Bunica pregătește fursecuri pentru cei cinci nepoți ai ei, același număr - nu mai mare decât 23 - pentru fiecare. Intrând în bucătăria goală și văzând fursecurile, un nepot mănâncă o cincime dintre ele. După un timp vine un alt nepot, care mănâncă o treime din ce găsește. Seara, bunica împarte fursecurile rămase celor cinci nepoți, în mod egal. Câte fursecuri a pregătit bunica?

b) Cu ocazia zilei de 8 Martie, o florăreasă se aprovizionează cu trandafiri, frezii, orhidee, iriși, narcise, lăcrămioare, garoafe și ghiocei. Din acestea formează buchete,

toate buchetele având același număr de flori și fiecare buchet conținând câte un singur tip de flori. În final îi rămân 22 de flori, câte două sau trei din fiecare sortiment. Știind că s-a aprovizionat cu 3949 flori și că numărul de flori pe care le-a pus în fiecare buchet este minim posibil, stabiliți din câte tipuri au rămas câte două flori.

*Marius Farcaș*

2. Determinați numerele  $\overline{abc}$ , divizibile cu 5, dacă  $\overline{ab}$  este număr prim care divide numărul  $\overline{bc}$ .

*Mirela Marin*

3. a) În jurul unui punct se formează 15 unghiuri având măsurile (în grade) exprimate prin numere naturale consecutive. Aflați măsura celui mai mic dintre unghiuri.

b)  $n$  unghiuri în jurul unui punct au măsurile (în grade) exprimate prin numere naturale consecutive. Aflați numărul natural  $n$ , știind că este par.

*Luminița Merticariu*

### Clasa a VII-a

1. a) Determinați  $x, y \in \mathbb{Q}$  pentru care

$$2x \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2y \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{10} + 9\sqrt{6}.$$

b) Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$ , știind că  $\sqrt{\underbrace{144\dots4}_{n \text{ de } 4}} \in \mathbb{N}$ .

2. Se consideră trapezul  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$  și  $m(\widehat{ADB}) + m(\widehat{DBC}) = 180^\circ$ . Notăm  $\{E\} = AD \cap BC$ .

a) Arătați că triunghiul  $EBD$  este isoscel.

b) Demonstrați că  $\frac{AD}{BC} = \frac{AB}{CD}$ .

*Gabriela Popa*

3. Un elev are la dispoziție oricât de multe piese identice de carton, fiecare având forma unui triunghi isoscel cu unghiul din vârf de  $30^\circ$ . Elevul mai are un creion și un instrument cu care poate tăia cartonul în linie dreaptă. Poate construi elevul un pătrat alăturând piese sau fragmente de piese, fără goluri sau suprapuneri și folosind instrumentul de tăiat de cel mult trei ori?

*Claudiu-Ștefan Popa*

### Clasa a VIII-a

1. Pe o masă sunt 200 cubulețe din lemn, toate având muchia egală cu 1. Andrei vrea să construiască un cub iar Florin un paralelipiped dreptunghic, folosind același număr de cubulețe. Florin construiește un paralelipiped având ca dimensiuni numere distincte, cel puțin egale cu 2 și marchează cu  $y$  toate fețele pe care le poate atinge ale cubulețelor folosite.

a) Care este numărul minim de cubulețe marcate? În acest caz, câte cubulețe au exact două fețe marcate?

b) Pe cubul pe care îl construiește, Andrei marchează cu  $x$  toate fețele pe care le poate atinge ale cubulețelor folosite, apoi dezmembrează cele două corpuri și amestecă toate cele 200 de cubulețe. Care este probabilitatea ca, alegând un cubuleț de pe masă, acesta să aibă trei fețe marcate cu  $x$  sau cu  $y$ ?

*Oana Iavorenciuc*

**2.** Se consideră expresia  $E(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Determinați patru numere naturale  $a, b, c$  și  $d$  astfel încât  $E(x) = (x - a)(x - b)(x - c)(x - d)$ .

b) Determinați  $\alpha \in \mathbb{R}$  minim pentru care  $E(x) + \alpha \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

c) Găsiți trei perechi  $(m, n), m \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$  astfel încât  $E(m) = E(n)$ .

*Veronica Plăeșu*

**3.** Triunghiul echilateral  $ABC$  se îndoiaie de-a lungul medianei  $AD$  astfel încât punctele  $A, B, C, D$  să devină necoplanare. Notăm cu  $M, P, Q$  și  $S$  mijloacele segmentelor  $AB, BD, CD$  respectiv  $AC$ . Dacă măsura unghiului dintre dreapta  $PS$  și planul  $(BCD)$  este de  $45^\circ$ , aflați măsura unghiului  $\widehat{BDC}$ .

*Corina Stancu*

## Recreații ... matematice

(Răspunsuri la problemele de la p. 128)

**1.** Avem:

$$\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} (a + b + c) abc = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} \cdot \sqrt{\frac{p(p-b)}{ca}} \cdot \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}} \cdot 2p \cdot abc = 2S_{ppy} = happy.$$

**2.** Constatăm ușor că  $x + y + z = p, y + z = a, x + y = c, y = p - b$ . Ca urmare, obținem:

$$2r(x + y + z)^2 (y + z)(x + y) \cos^2 \frac{B}{2} = 2rp^2 ac \frac{p(p-b)}{ca} = 2S_{ppy} = happy.$$