3. Spunem că o funcţie $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ este ,,aproape identică" dacă există o funcţie $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ astfel încât $f(f(n)) + g(f(n)) = n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

a) Dacă funcţia f este aproape identică, arătaţi că funcţia asociată g este definită prin $g(n) = 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

b) Daţi exemplu de funcţie aproape identică, alta decât funcţia identică.

c) Demonstraţi că singura funcţie aproape identică şi monotonă este funcţia identică. (*Claudiu Mîndrilă*)

Concursul de matematică ,,Florica T. Câmpan"

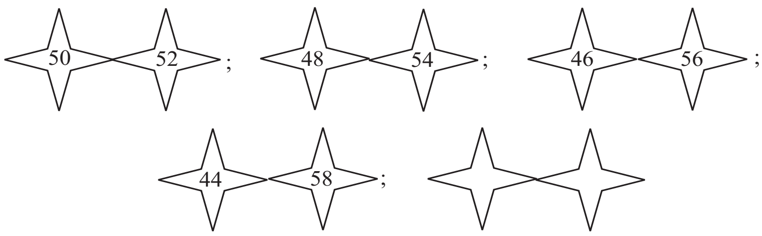
Ediţia a XIV-a, Iaşi, 26 aprilie 2014

Clasa I

I. 1. Descoperă regula şi completează:

9; 2; 2; 5;	3; 0; 0; 3;
7; 3; 3; 1;	8; 4; 4; □;
9; 1; 1; 7;	7; 2; 2; □.

2. Găseşte regula şi completează perechea de numere care lipseşte din şirul:



3. Completaţi cu semnele ,,+" sau ,,−" astfel încât să obţineţi rezultatul:

$$2\square 22\square 22\square 2\square 2\square 22 = 20$$

II. 1. George a citit 22 de pagini, depăşind cu două pagini jumătatea cărţii. Câte pagini are cartea?

2. Ioana are 10 ani, iar mama sa are 34 de ani. Câţi ani va avea mama când Ioana va avea 25 de ani?

III. 1. Pe o cărare de munte urcă 27 de elevi în şir, unul după altul. Ştiind că Bogdan este al 17-lea, iar Ana încheie şirul, să se afle câţi elevi îi despart.

2. Ana are un şirag cu 15 mărgele albe şi roşii. Ştim că cele albe sunt de la 5 la 10. Câte mărgele albe sunt? Câte mărgele roşii sunt?

Clasa a II-a

I. 1. Adăugaţi la cel mai mic număr impar de trei cifre succesorul celui mai mare număr scris cu două cifre diferite.

2. Se dă şirul : $5, 11, 23, 47, \ldots, \ldots, \ldots$
a) Completaţi şirul cu încă trei termeni .
b) Aflaţi suma celor şapte termeni ai şirului.

II. 1. Diana are 32 de beţişoare roşii, albastre şi verzi. Ştiind că 25 beţişoare nu sunt roşii şi 24 nu sunt verzi, să se afle:
a) câte beţişoare sunt de fiecare culoare;
b) dacă introduce beţişoarele într-un săculeţ, care este cel mai mic număr de beţişoare pe care le poate extrage, fără a se uita, pentru a fi sigură că a extras un beţişor roşu.

2. In călătoria spre Tărâmul Viselor, Sophie a fost însoţită de uriaşul Mup. In timp ce Mup făcea 4 paşi, Sophie făcea 15. Dacă uriaşul Mup a făcut în total 20 de paşi, află câţi paşi a făcut Sophie.

III. 1. Două veveriţe pornesc în sensuri diferite. Trec una pe lângă cealaltă, oprindu-se la o distanţă de 3 m una de alta. Care a fost distanţa dintre cele două puncte de pornire dacă prima veveriţă a parcurs 30 m, iar a doua cu 10 m mai puţin?

2. Veveriţele Chip şi Dale locuiesc pe aceeaşi stradă. Numărând de la un capăt al străzii, casa lui Chip este a 27-a. Dacă numărăm din celălalt capăt al străzii, casa ei este a 13-a. Casa lui Dale se află exact la mijlocul străzii. Câte case sunt între casa lui Chip şi casa lui Dale?

Clasa a III-a

I a) Ce număr lipseşte?

?	12	7
6	10	14
13	8	9

b) Ce valoare are b dacă $5 + 8 \cdot b = \overline{aa}$?
c) Analizând numerele din primele două triplete, determinaţi numerele care lipsesc din al treilea triplet: $(23, 38, 27), (15, 30, 19), (x, y, 2009)$.

II. Pe un platou se află de 3 ori mai multe roşii decât ardei. La masă sunt 3 persoane şi fiecare ia câte un ardei şi câte o roşie. Pe platou rămân de 4 ori mai multe roşii decât ardei. Câţi ardei şi câte roşii se aflau la început pe platou?

III. Mihai, fratele mai mare al Oanei din clasa a III-a, are pe birou mai multe cărţi. Oana deschide cărţile şi observă că fiecare dintre acestea are ultima pagină numerotată cu un număr de trei cifre a căror produs este 24. Care este cel mai mare număr de cărţi pe care le-ar putea avea Mihai pe birou?

Clasa a IV-a

I. a) La adunarea a trei numere, Victor face din neatenţie câteva greşeli: la primul număr în loc de cifra 0 de la ordinul sutelor pune 7, la al doilea număr în loc de cifra 8 de la ordinul unităţilor pune 0, iar la al treilea număr, la ordinul miilor în loc de cifra 9 pune 2. Făcând suma noilor numere obţine 34567. Puteţi spune care este suma numerelor iniţiale? Justificaţi!

b) Doi buni prieteni, Artur şi Victoraş, se întâlnesc, iar Artur constată că dacă adună o treime din timpul care a trecut din ziua respectivă cu două cincimi din timpul care a mai rămas până la sfârşitul ei se obţine ora la care s-au întâlnit. Îl puteţi ajuta pe Victoraş să afle care a fost ora la care s-au întâlnit?

II. Determinaţi câte numere de şase cifre conţin în scrierea lor secvenţa 102 (un exemplu de astfel de număr este 4**102**63).

III. Pe ecranul unui calculator, într-un tabel, sunt scrise iniţial numerele 2,0,1,4, iar la fiecare pas se măreşte cu 5 cel mai mic număr scris la pasul anterior, ca în modelul următor:

Numere iniţiale	**2**	**0**	**1**	**4**
pasul 1	2	**5**	1	4
pasul 2	2	5	**6**	4
pasul 3	**7**	5	6	4
pasul 4	7	5	6	**9**
...	...	...	...	...
pasul n				

a) Determinaţi n ştiind că la pasul n apar pe ecranul calculatorului numere care au suma egală cu 207.

b) După câţi paşi apare prima dată în tabel numărul 2014?

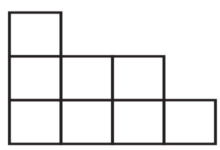
(*Cătălin Budeanu* şi *Gabriel Popa*)

Clasa a V-a

I. Două comisii, A şi B, lucrează la un proiect. Prima comisie are 13 membri, iar cea de-a doua are 6 membri. Fiecare dintre cele 19 persoane primeşte câte 60 de lei pe zi în primele 30 de zile lucrate şi câte 90 de lei pe zi începând cu cea de-a 31-a zi în care lucrează. Comisia A lucrează x zile, iar comisia B lucrează $2x$ zile. Suma totală de bani necesară pentru a plăti comisia A este egală cu suma totală necesară pentru a plăti comisia B. Determinaţi valorile posibile ale lui x.

(*Adrian Zanoschi*)

II. Toate cele 8 pătrate mici din desenul alăturat au latura de 1 cm.



a) Număraţi câte dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm pot fi identificate în figură. (Pătratele sunt şi ele dreptunghiuri!)

b) Determinaţi care este numărul minim de segmente cu lungimea de 1 cm care trebuie şterse din desen, astfel încât figura să nu mai conţină niciun pătrat cu latura de 1 cm.

(*Petru Asaftei* şi *Gabriel Popa*)

III. Într-o clasă sunt 7 elevi care colecţionează cărţi rare. Nu există doi elevi care să aibă o aceeaşi carte şi nici doi elevi care să aibă acelaşi număr de cărţi.

Profesorul de matematică determină, pentru fiecare pereche de copii, care este numărul maxim de posibilităţi în care aceştia pot schimba între ei câte o carte şi notează numerele astfel determinate într-un tabel. De exemplu, dacă Andrei ar avea 20 cărţi şi Sabina ar avea 17 cărţi, va trece în tabel numărul 340. Profesorul observă că tabelul conţine numere diferite două câte două.

a) Stabiliţi câte numere se află în tabel.

b) Determinaţi numărul de cărţi din colecţia fiecărui elev, ştiind că media aritmetică a celor 7 numere este 17, cel mai mic număr din tabel este 143, iar cel mai mare număr din tabel este 420. (*Adrian Zanoschi*)

Clasa a VI-a

I. Un profesor de matematică tocmai explica unui elev al său că, într-o problemă cu date de naştere, o notaţie de forma 17.12.78 poate avea semnificaţia ,,17 decembrie 1978". Curios ca toţi copiii, elevul profită de situaţie şi îl întrebă pe profesor care este ziua lui de naştere şi ce vârstă are. Zâmbind, profesorul îi răspunse: ,,Acum suntem în ianuarie 2014 şi, dacă te gândeşti la descompunerea sa în factori primi, acest număr ascunde informaţiile la tot ce m-ai întrebat!". Folosind acest răspuns, aflaţi:

a) care este ziua de naştere a profesorului;

b) care este vârsta profesorului (exprimată doar în ani) la data când a avut loc discuţia.

II. Se consideră o foaie de hârtie de formă pătrată, care se taie în exact 2014 pătrate mai mici. Vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ,,boss" dacă niciun alt pătrat nu este mai mare ca el. La fel, vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ,,baby" dacă nici un alt pătrat nu este mai mic ca el. Arătaţi că:

a) este posibil un mod de tăiere prin care să se obţină exact trei pătrate ,,boss";

b) este posibil un mod de tăiere prin care să se obţină exact patru pătrate ,,baby";

c) este posibil un mod de tăiere prin care să se obţină exact un pătrat ,,boss".

III. Într-o pauză, Lucian se joacă desenând pe o foaie diverse figuri şi îndoind apoi foaia după o dreaptă, pentru ca figura desenată să se imprime pe partea cealaltă după îndoitură. El desenează un segment $[AB]$ şi, după îndoire, constată că pe foaie s-a imprimat un alt segment, pe care îl notează $[A'B']$, unde A' este urma lăsată de punctul A. După aceea, observă că segmentele $[AB]$ şi $[A'B']$ se intersectează într-un punct pe care îl notează M şi, totodată, dreptele AB' şi BA' se intersectează şi ele într-un punct pe care-l notează P. Gabriel, colegul lui de bancă, îi atrage atenţia spunând: ,,Cred că nu ai respectat ceva la îndoire, pentru că punctele M şi P nu sunt pe îndoitură". Lucian, privind cu atenţie desenul, răspunde: ,,Ai dreptate. Mai mult, dacă aş fi îndoit corect, cred că $[PM$ ar fi fost bisectoare pentru unghiul $\widehat{APB}$". Dovediţi că observaţiile celor doi copii sunt ambele adevărate.

(*Silviu Boga* şi *Doru Buzac*)

Clasa a VII-a

I. Pe ecranul unui calculator este scris numărul $1\underbrace{22\ldots2}_{2014}\underbrace{000\ldots0}_{2014}$. În fiecare minut, pe ecran apare câte un nou număr, prin eliminarea unei cifre de 2 şi a unei cifre de 0 din numărul scris anterior, până când numărul rămas pe ecran are o singură cifră.

a) Arătaţi că niciunul dintre numerele scrise pe ecran nu este pătrat perfect.

b) Arătaţi că $\underbrace{11\ldots1}_{n+1}{}^2 - \underbrace{11\ldots1}_{n}{}^2$ este divizibil cu $2\cdot 10^n$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^2$.

c) Arătaţi că suma tuturor numerelor scrise pe ecran este pătrat perfect.

II. O broască pleacă din originea axei numerelor şi înaintează prin salturi după următoarea regulă: de fiecare dată sare pe cel mai apropiat număr natural multiplu de 3 sau pe cel mai apropiat multiplu de 13. Un traseu este o succesiune de salturi făcute după regula stabilită, între 0 şi 39. Care este numărul maxim de trasee pe care le poate urma broasca?

III. Un proprietar deţine un teren intravilan în formă de triunghi şi un teren extravilan foarte întins.

a) Dacă într-un triunghi ABC, punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor sale, calculaţi raportul dintre aria triunghiului MNP şi aria triunghiului ABC.

b) Pe terenul extravilan sunt amplasaţi 2014 ţăruşi astfel încât triunghiul determinat de oricare trei dintre aceştia are aria de cel mult 1 ha. Să se arate că se poate delimita un triunghi de arie cel mult 4 ha în care să se găsească toţi ţăruşii.

c) Proprietarul vrea să împrejmuiască terenul intravilan, având suprafaţa de 2 dam^2. Arătaţi că nu sunt suficienţi 6 dam de gard.

Clasa a VIII-a

I. De ziua ei, mama i-a făcut Irinei un tort în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei de 40 cm respectiv 30 cm şi înălţimea de 10 cm.

a) Află câţi centilitri are acest tort.

b) Pentru a servi invitaţii, se taie tortul în bucăţi având formă de prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 5 cm şi înălţimea egală cu cea a paralelipipedului. Câte felii de tort a obţinut Irina?

c) Mama a glazurat tortul cu un strat de frişcă, având grosimea de 1,5 cm. Câţi centilitri de frişcă a folosit ea?

d) Care este probabilitatea ca, luând o felie de tort, aceasta să aibă cât mai puţină frişcă? (*Marius Farcaş* şi *Veronica Plăeşu*)

II. Se ştie că preţul unui diamant este direct proporţional cu pătratul masei lui. Întâmplător, diamantul s-a despicat în două bucăţi şi preţul lui total s-a micşorat cu 18%. Care este raportul maselor bucăţilor obţinute?

III. Un corp geometric cu suprafaţa de 400 dm^2 este format din 400 pietre, fiecare cu suprafaţa de 400 cm^2. Pietrele sunt îmbinate perfect (fără goluri interioare) cu un adeziv din care se foloseşte 0,04 g la fiecare 400 mm^2. Aflaţi cantitatea de adeziv folosită.