CONCURSURI ŞI EXAMENE

Concursul de matematică ,,Florica T. Câmpan"

Ediţia a XIII-a, Iaşi, 2013

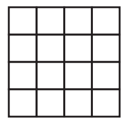
Clasa I

I.1. Doar 5 numere respectă regula de alcătuire a şirului. Care este intrusul? Încercuieşte-l! $73, 28, 52, 19, 46, 55$.

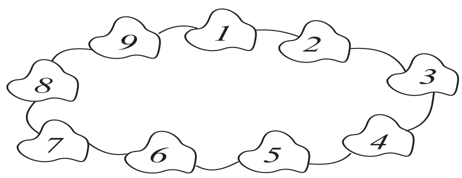
I.2. Descoperă regula de formare a şirului, apoi completează:

$$2, 6, 4; \quad 3, 7, 5; \quad 4, 8, 6; \quad 5, \ldots, \ldots; \quad 6, \ldots, \ldots.$$

I.3. Completează pătratul din figură cu numerele $1, 2, 3$ şi 4 astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie (pe orizontal) şi de pe fiecare coloană (pe vertical) să fie 10.



II.1. Un fluture zboară din floarea 1 în floarea 3, apoi din aceasta în floarea 5 şi aşa mai departe. După câte zboruri ajunge în floarea de pe care a plecat?



II.2. Iepurilă are 18 ouă de ciocolată. Iepurica are cu 3 ouă mai puţin decât Iepurilă, dar cu 10 ouă mai mult decât Rilă. Să se afle câte ouă de ciocolată are Rilă!

III.1. Corina a cules 13 lalele galbene şi 4 lalele roşii. Ema a cules 7 lalele, unele galbene, altele roşii. Fetiţele pun toate lalelele în vază.

Care este cel mai mare număr de lalele galbene care ar putea fi în vază?

III.2. De la apartamentul meu cobor 4 etaje, apoi urc 3 etaje şi observ că sunt la etajul 9. La ce etaj locuiesc?

Clasa a II-a

I.1. Găsiţi numerele care lipsesc din următorul şir: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots, \ldots, \ldots$.

I.2. Vârsta bunicii este un număr cuprins între 60 şi 70 de ani. Ştiind că diferenţa dintre cifra unităţilor şi cea a zecilor din acel număr este 3, află ce vârstă are bunica.

II.1. Dintre Alin, Marin, Corina, Ioana şi Raluca trebuie să aleg membrii unei echipe formate din două fete şi un băiat. În câte moduri o pot face?

II.2. Timp de şase zile, veveriţa a cărat în scorbura sa ghinde astfel în fiecare zi cu 17 ghinde mai mult decât în ziua precedentă. Ştiind că în a patra zi a cărat 68 de ghinde, află câte ghinde a adunat în total, în cele şase zile.

III.1. Dacă două păpuşi şi o maşinuţă costă 8 lei, iar o păpuşă şi două maşinuţe costă 7 lei, cât costă nouă păpuşi şi nouă maşinuţe?

III.2. Pe trei rafturi sunt 75 de cărţi. Dacă pe primul raft punem jumătate din cărţile de pe cel de-al doilea, atunci vom avea pe rafturi, în ordinea lor, numere consecutive de cărţi. Câte cărţi erau la început pe fiecare raft?

Clasa a III-a

I. Veveriţele Lia, Mia şi Kia adună alune. Împreună au adunat un număr de alune egal cu cel mai mare număr par de trei cifre. Lia şi Mia au adunat un număr de alune egal cu cel mai mare număr de trei cifre ce are suma cifrelor 5. Mia şi Kia au adunat un număr de alune egal cu cel mai mare număr par de trei cifre ce are suma cifrelor 10. Care din cele trei veveriţe este cea mai hărnicuţă? (Justificaţi!)

II.1. Un număr A se va numi *angelic* dacă suma cifrelor lui A este egală cu numărul cifrelor lui A. (Spre exemplu 2011 şi 200013 sunt numere *angelice* deoarece $2+0+1+1=4$ şi $2+0+0+0+1+3=6$). Scrieţi toate numerele *angelice* care au trei cifre.

II.2. Aflaţi suma numerelor de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 8.

III. Petruţ s-a născut în anul $\overline{19xy}$, iar tatăl său în anul $\overline{19yx}$. Când Petruţ avea 25 de ani, tatăl său avea 52 de ani. Aflaţi în ce an s-a născut Petruţ şi tatăl său, ştiind că în anul 2013 au împreună 105 ani.

Clasa a IV-a

I (**Nu vă jucaţi cu chibriturile!**). a) Construim pătrate din chibrituri. Primul pătrat are latura de un chibrit, al doilea din trei chibrituri, al treilea din cinci chibrituri etc. Aflaţi cu câte chibrituri folosim mai mult la construcţia pătratului cu numărul 100 decât la construcţia pătratului cu numărul 99.

b) Care este suma perimetrelor primelor 100 de pătrate astfel formate?

II (**Feriţi-vă de aviară!**). Speriate teribil de efectele virusului gripei aviare (H_5N_1), găinile dintr-o gospodărie au plecat grăbite să facă un control amănunţit la medicul veterinar. Transpirate şi obosite după drumul parcurs, s-au oprit într-un parc să se odhnească. Ele constată că dacă s-ar aşeza câte zece găini pe o bancă rămân şase bănci goale, iar pe o bancă ar fi numai trei găini. Dacă s-ar aşeza câte şase găini pe câte o bancă, ar exista o singură bancă cu numai trei găini, iar restul băncilor ar fi ocupate cu câte şase găini. Câte găini are gospodarul şi câte bănci sunt în parc?

III (**Războiul numerelor ,,stelare"**). Un număr S se numeşte ,,stelar" dacă suma cifrelor lui S este egală cu numărul cifrelor lui (spre exemplu 2011 este număr ,,stelar" deoarece are patru cifre şi $2+0+1+1=4$).

a) Scrieţi toate numerele ,,stelare" de patru cifre.

b) Determinaţi diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic număr ,,stelar" care au câte 100 de cifre. Care este suma cifrelor acestui număr obţinut ca diferenţă?

Clasa a V-a

I. Un album foto are paginile numerotate de la 1 la 80. Pe fiecare pagină care este multiplu de 2, dar nu şi de 3, sunt câte 2 fotografii. Pe paginile care sunt multipli de 3, dar nu şi de 2 sunt 5 fotografii. În rest, paginile sunt ocupate cu câte o fotografie. Câte fotografii apar în album?

II. Un grup de copii care participă la o aniversare constată că media vârstelor lor este egală cu numărul lor. După ce apare, neinvitat, Ionel, în vârstă de 15 ani, copiii constată că noul grup are aceeaşi proprietate. Câţi copii erau, iniţial, la aniversare?

III. Dacă numărul 2^{2013} are m cifre şi 5^{2013} are n cifre, să se afle $m+n$.

Clasa a VI-a

I. a) Arătaţi că $\frac{39}{65} - \frac{85}{119} + \frac{133}{209} - \frac{69}{115} + \frac{145}{203} - \frac{217}{341}$ este un număr natural.

b) Într-o zi din ianuarie 2013, din autogara Iaşi pleacă în cursă trei autocare către Spania, Italia şi Germania, care se reîntorc în autogară după $6, 8$ şi respectiv 11 zile. După ce staţionează fiecare în autogară câte 4 zile are loc o nouă plecare. Aflaţi de câte ori în cursul anului 2013, cele trei autocare pleacă în cursă în aceeaşi zi din autogara Iaşi.

II. Fie mulţimile $U = \left\{x \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{7x+2}{11} \in \mathbb{N}\right\}$ şi $V = \left\{y \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{2y+7}{11} \in \mathbb{N}\right\}$.

a) Arătaţi că: $U \neq \emptyset$ şi $V \neq \emptyset$;

b) Demonstraţi că $\frac{8x+29}{11} \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $x \in U$ şi $\frac{61y-1}{11} \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $y \in V$.

c) Determinaţi $U \cap V$.

III. Punctele D, E şi F sunt situate pe latura (BC) a triunghiului ascuţitunghic ABC astfel încât $AD \perp BC$, $(AE) \equiv (AF)$, $E \in [BD]$ şi $F \in [CD]$. Punctele B' şi C' aparţin laturilor (AC), respectiv (AB) astfel încât $\sphericalangle ACC' \equiv \sphericalangle BAE$ şi $\sphericalangle ABB' \equiv \sphericalangle CAF$, iar punctul O este intersecţia dreptelor BB' şi CC'.

a) Demonstraţi că $(BO) = (CO)$.

b) Dacă punctul O este egal depărtat de vârfurile triunghiului ABC, determinaţi poziţiile punctelor E şi F pe (BC).

c) Dacă $BB' \cap AE = \{M\}$ şi $CC' \cap AF = \{N\}$, iar $(AM) \equiv (AN)$, atunci ABC este un triunghi isoscel.

Clasa a VII-a

I. Ana, Dan şi Ştefan şi-au cumpărat scutere. Astăzi Ana a mers cu o oră mai mult decât Dan şi cu o viteză cu 5 km/h mai mare decât a acestuia. Ştefan a mers cu două ore mai mult decât Dan şi cu o viteză cu 10 km/h mai mare decât a acestuia. Ana a parcurs cu 70 km mai mult decât Dan. Aflaţi care este diferenţă dintre distanţa parcursă de Ştefan şi cea parcursă de Dan.

II. O grădină în formă de triunghi are aria de 2 ari. Proprietarul vrea să o împrejmuiască cu un gard cu trei rânduri de sârmă. Stabiliţi dacă îi ajung 18 dam de sârmă. Justificaţi răspunsul.

III. Zece elevi organizează un turneu de şah după următoarele reguli:
- fiecare joacă exact o partidă cu ceilalţi nouă jucători;
- se acordă un punct pentru cel ce câştigă, zero puncte pentru egalitate şi se scade un punct învinsului.

La sfârşitul turneului se constată că mai mult de 70% din meciuri s-au terminat la egalitate. Să se arate că există doi jucători care au acelaşi punctaj.

Clasa a VIII-a

I (O lăcustă săltăreaţă). Pe un plan raportat la un reper cartezian XOY, se joacă o lăcustă sărind din punct în punct după regula ,,dacă la un moment dat lăcusta este în puctul $A(a, b)$, atunci ea poate sări în oricare dintre punctele de coordonate: $(a \pm 1, b \pm 3)$ sau la $(a \pm 3, b \pm 1)$, semnele $+$ şi $-$ pot fi luate în toate modurile posibile (prin urmare lăcusta, din A, poate sări în unul din cele opt puncte enumerate)".

Dacă la momentul iniţial, lăcusta este în $O(0, 0)$ se cere:

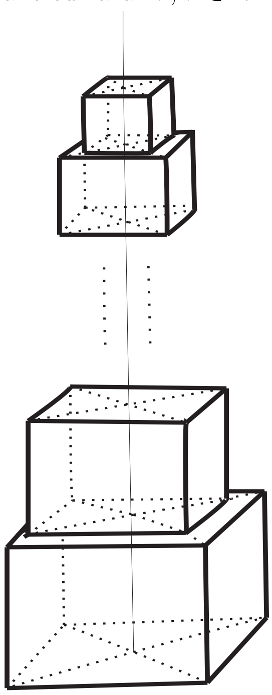
a) Stabiliţi un traseu prin care lăcusta ajunge în punctul $M(1, 1)$.

b) Arătaţi că lăcusta, oricâte sărituri ar face, nu ajunge în punctul $N(2013, 2014)$.

c) Poate ajunge lăcusta în punctul $P(2001, 2013)$? Justificare.

II (O problemă dulce). Radu şi Andrei cumpără fiecare câte o cutie cu bomboane de ciocolată în formă de sferă. Cutiile au formă cubică cu aceeaşi muchie $n \in \mathbb{N}^*$. Radu are în cutie bomboane cu raza r, iar Andrei bomboane cu raza $2r$, $r \in \mathbb{N}^*$. În cutii bomboanele sunt aşezate în straturi astfel încât fiecare strat să conţină numărul maxim posibil. Ştiind că $4r$ divide n, stabiliţi care dintre cutiile cumpărate cântăreşte mai mult.

III (O problemă cu ,,torturi"). Cofetarul Gică inventează la Cofetăria ,,Prăjitura minunată" situată peste drum de McDonald's, un tort de ciocolată ce urmează a fi utilizat la festivitatea de comemorare a ,,Regelui dulciurilor". Meşterul Gică face un tort din 30 de cubuleţe de ciocolată pe care le aşază piramidal, unul peste altul ca în figura alăturată astfel încât axele verticale ale cubuleţelor să fie situate pe aceeaşi dreaptă.



Se mai ştie că lungimile muchiilor cubuleţelor sunt exprimate în decimetri prin numerele raţionale:
$\frac{11}{10}, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \ldots, \frac{39}{38}$ şi, respectiv $\frac{40}{39}$.

a) Arătaţi că înălţimea tortului construit de meşterul Gică nu depăşeşte 32 dm.

b) Dacă meşterul Gică dispune de un calup de ciocolată care se află într-o cutie plină în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 1 dm, 1 dm şi 37 dm, arătaţi că acesta poate face tortul.