

Concursul de matematică "Florica T. Câmpan"
Etapa județeană, 18 februarie 2006

Clasa a IV-a

1. Să se împartă la trei persoane 24 sticle de suc identice ca mărime, din care 5 sunt pline, 11 umplute pe jumătate și 8 goale, încât fiecare să aibă același număr de sticle, dar și aceeași cantitate de suc.

Înv. Lina Huzum

2. Între cele 9 numere de mai jos există un "intrus". Acesta nu respectă relația dintre cifre ce există la fiecare din celelalte opt numere. Descoperă și scrie relația, precum și numărul "intrus": 9334, 4862, 6148, 5132, 7835, 3524, 9963, 9782, 8133.

Înv. Fănică Dragnea

3. Cântarul pe care vor să se cântărească trei copii nu măsoară mase mai mici de 40 kg. Fiecare din cei trei copii cântăresc între 25 și 30 kg.

Cum a reușit fiecare copil să se cântărească?

Inst. Iulian Cristea

Clasa a V-a

1. Cifrele care alcătuiesc vârsta bunicului reprezintă vârstele celor doi nepoți. Dacă împărțim vârsta bunicului la suma vârstelor nepoților, se obține câtul 4 și restul 12. Aflați vârsta bunicului și vârstele nepoților.

Mihaela Cianga

2. Se consideră înmulțirea următoare, unde literele nu reprezintă obligatoriu cifre distincte:

a) Determinați e .

b) Arătați că $bd = 63$.

c) Reconstituiți înmulțirea.

$$\begin{array}{r} \overline{a3b} \\ \quad \overline{cd} \\ \hline \overline{ef3g} \\ \quad \overline{hik} \\ \hline \overline{2np3} \end{array}$$

Gabriel Popa

3. Se consideră mulțimea $A = \{2, 3, 4, \dots, 13\}$.

a) Determinați B, C disjuncte astfel încât $B \cup C = A$ și suma elementelor din B este egală cu suma elementelor din C .

b) Arătați că nu există M, N disjuncte cu $M \cup N = A$ și produsul elementelor din M egal cu produsul elementelor din N .

c) Găsiți două mulțimi X, Y disjuncte cu $X \cup Y = A$, X având două elemente, cu produsul elementelor lui X egal cu suma elementelor lui Y .

Ionel Nechifor

Clasa a VI-a

1. Pe o tablă s-au scris trei numere naturale. Când în locul lor s-au scris: suma, produsul și suma produselor câte două, s-a văzut că pe tablă au apărut aceleași numere ca și cele inițiale. Care este produsul lor? Explicați!

2. Pe o tablă este scris numărul 12. La fiecare minut numărul se înmulțește sau se împarte fără rest fie la 2, fie la 3, iar rezultatul se scrie pe tablă în locul numărului inițial. Să se arate că numărul scris pe tablă după exact o oră nu poate fi 54.

3. Unghiurile proprii \widehat{AOB} și \widehat{BOC} sunt adiacente suplementare. Fie $[Ox]$ și $[Oy]$ bisectoarele acestora. Dacă $m(\widehat{BOy}) \in \mathbb{N}^*$ și $m(\widehat{COx}) = p \cdot m(\widehat{BOy})$, unde p este

număr prim, aflați numărul p .

Vasile Nechita

Clasa a VII-a

1. Fie a un număr natural arbitrar, divizibil prin 9, având 2007 cifre. Notăm cu $s(a)$ numărul care reprezintă suma cifrelor lui a . Găsiți $s(s(s(a)))$.

Gabriel Mirșanu

2. Vârfurile unui cub se notează cu 8 numere întregi consecutive, iar centrul fiecărei fețe se notează cu media aritmetică a vârfurilor feței respective.

a) Să se demonstreze că suma centrelor oricăror două fețe opuse este aceeași și să se afle cât este aceasta în funcție de cel mai mic dintre numerele din vârfuri.

b) Să se găsească în ce condiții centrul unei fețe este număr întreg. Să se scrie vârfurile fețelor ale căror centre sunt numere întregi.

c) Arătați că, dacă centrele a trei fețe care au un vârf comun sunt notate cu numere întregi, atunci și centrele celorlalte fețe sunt notate tot cu numere întregi.

Julieta Grigoraș

3. În țara **TI** a triunghiurilor isoscele era împărat, firesc, triunghiul echilateral. El decretase că este singurul care binemerită numele de *Prearostogolibil*; supușii săi trebuiau să fie numiți *țepoși* dacă au o latură mai scurtă decât cele egale, respectiv *turtiți* dacă au o latură mai lungă decât cele egale. (Vorba congruent era socotită de ocară pe acele meleaguri.) Niște unghiuri umblau venetice prin **TI** căutând fiecare triunghi isoscel la al cărui vârf să slujească.

– Țeposule, zise un unghi α . Eu și vecinii mei de pribegie bălbâitul de β și nemăsuratul de γ ne căutăm stăpâni în **TI**. Ne-ai fi de mare folos dacă ai binevoi să ne spui dacă nu cumva ai o bisectoare interioară a ta exact atât de lungă ca o latură.

– După vorbire se cunoaște că veniți de pe coclauri unde lucrurile nu sunt făcute din linii drepte bine limitate. Întrebi de lucruri la care nu gândește nimeni fiindcă nu sunt de niciun folos. Dar, până cercetez pentru răspuns, fii bun măi crăcănatule și spune-mi dacă așa se obișnuiește pe la voi: să-ți ponegrești colegii cu vorbe necuviincioase?

– Nu e necuviință, prea-limitatule. Eu, α , mă exprim frumos în grade, de aceea sunt purtător de cuvânt; β nu cunoaște fracții ordinare ci doar zecimale și se bălbăie grozav când încearcă să spună câte grade are; γ încă nu știe dacă este măsurabil în grade. Dar bag seamă că întârzii cu răspunsul la întrebarea mea; o fi capul tău mai mult ascuțit decât încăpător?

– Bine, măi vorbărețule. Am cercetat și răspund precis: am exact două bisectoare interioare exact așa de lungi ca laturile mele egale.

– Am înțeles. Te rog să mă ierți că ți-am zis țepos; înțeleg că ești turtit. Mie personal nu îmi ești de folos, dar iată că pentru β ești bun de stăpân. Dacă bisectoarele tale egale erau cât latura ta scurtă, te recunoșteam de stăpân. Dacă o singură bisectoare a ta era cât latura ta scurtă, te-ar fi slujit γ cu credință.

a) Exprimați cu fracții ordinare gradele lui α și β .

b) Exprimați cu fracții zecimale numărul de grade, minute și secunde ale lui β .

c) Argumentați că triunghiurile isoscele care convin lui α , respectiv β , sunt *țepoase*, respectiv *turtite*.

- d) Desenați un triunghi isoscel cu unghiurile de la vârf γ . Este el țepos sau turtit?

Dan Brânzei

Clasa a VIII-a

1. Într-o clasă sunt 20 de elevi. Fiecare fată oferă fiecărui băiat trei flori și fiecarei fete o floare, iar fiecare băiat oferă câte trei flori fiecărei fete și câte o floare fiecărui băiat.

- a) Arătați că numărul maxim de flori oferite este 780.
b) Câte fete ar trebui să fie în clasă, astfel încât să fie oferite exact 780 de flori?

Monica Nedelcu, Iași

2. Pe fiecare față a unui cub este scris câte un număr natural nenul, iar fiecărui vârf îi corespunde produsul numerelor de pe cele trei fețe adiacente acestuia. Dacă suma numerelor corespunzătoare tuturor vârfurilor este 2006, arătați că există cel puțin două fețe pe care este scris același număr.

3. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCDMNPQ$ și punctele $E \in (BN)$, $F \in (DQ)$ astfel încât suma $AE + AF + PE + PF$ este minimă. Arătați că $EF \perp AP$ dacă și numai dacă $ABCDMNPQ$ este prismă regulată.

Valentina Blendea și Gheorghe Blendea, Iași

Faza interjudețeană, 20 mai 2005

Clasa a IV-a

1. Lungimea laturii unui pătrat este de 17 m. O persoană pleacă dintr-un vârf al pătratului și, mergând în același sens pe laturile acestuia, parcurge o distanță de 637 m. Din punctul în care a ajuns se întoarce și parcurge 773 m. Aflați la ce distanță se va situa în final persoana, față de punctul de plecare.

RecMat - 1/2005, P.90

2. Avem mai multe vase identice. Știm că 50 vase pline cu apă cântăresc 600 kg, iar 10 vase goale cântăresc cu un kilogram mai puțin decât apa dintr-un vas plin. Să se afle cât cântăresc 100 de vase goale.

Petru Asaftei

3. În câte moduri diferite pot fi scrise numerele 1, 2, 3, 4 în pătratele din figura alăturată, câte unul în fiecare pătrat, astfel încât să nu existe două pătrate alăturate în care suma să fie 5? Justificați. (Pătratele care au doar un vârf comun nu sunt considerate alăturate, iar pătratul mare este fix.)



Petru Asaftei

Clasa a V-a

1. Din produsul tuturor numerelor naturale de la 1 la 2006 se exclud toate numerele care se divid cu 5. În ce cifră se termină produsul celorlalți numere?

2. Pe o tablă sunt scrise numerele 1,3,4,6,8,9,11,12,16. Doi copii au șters câte patru numere și s-a observat că suma numerelor șterse de unul este de trei ori mai mare decât suma numerelor șterse de celălalt. Ce număr a rămas scris pe tablă?

3. Fie numărul 123456789. O operație înseamnă să alegem două cifre alăturate cărora să li se scadă o unitate și să li se schimbe locurile (de exemplu: 123456789 \rightarrow 123436789 \rightarrow ...). Care este cel mai mic număr ce se poate obține ca rezultat al acestor operații? După câte operații se obține cel mai mic număr?

Clasa a VI-a

1. Se pot așeza pe muchiile unui cub numerele $1, 2, 3, \dots, 12$ (câte un număr pe fiecare muchie) astfel încât suma numerelor aflate pe cele trei muchii care pleacă din același vârf să fie aceeași pentru fiecare vârf al cubului?

Constantin Chirilă

2. Se consideră triunghiul ABC cu $[AB] \equiv [AC]$ și $m(\widehat{BAC}) = 20^\circ$. Fie $M, P \in (AC)$ astfel încât și $m(\widehat{ABM}) = m(\widehat{CBP}) = 20^\circ$ și $N \in (AB)$ astfel încât $m(\widehat{BCN}) = 50^\circ$. Să se afle $m(\widehat{AMN})$.

3. Numerele naturale $22, 23, 24$ au următoarea proprietate: descompunerile în factori primi ale numerelor din șir au exponenții factorilor numere impare ($22 = 2^1 \cdot 11^1$, $23 = 23^1$, $24 = 2^3 \cdot 3^1$). Care este cel mai mare număr de numere naturale consecutive care au această proprietate?

Cristian - Cătălin Budeanu

Clasa a VII-a

1. a) Arătați că din oricare 3 numere naturale, putem alege două astfel încât suma lor să fie un număr par.

b) Fiind date șapte numere naturale, arătați că putem alege patru dintre ele astfel încât suma lor să fie divizibilă cu 4.

Cristian Lazăr

2. Fie $\triangle ABC$ isoscel cu $BC = 2a$, $AB = AC = b$, $a, b \in \mathbb{N}^*$. Să se determine toate triunghiurile ABC , dacă $a = 2r$, unde r este raza cercului înscris în $\triangle ABC$, și apoi găsiți $\triangle ABC$ cu aria minimă.

Dan Brânzei

3. Un trapez $ABCD$ are baza mare $[AB]$ și $[AC] \cap [BD] = \{O\}$. Linia mijlocie a trapezului intersectează pe AC în E și pe BD în F .

a) Demonstrați că $ABCD$ este trapez isoscel dacă și numai dacă $[OE] \equiv [OF]$.

b) Vârful trapezului și punctul O reprezintă 5 orașe, iar laturile și diagonalele sale sunt șosele de legătură. Două mașini pleacă din D , respectiv C pe ruta cea mai scurtă spre A , respectiv spre B și alte două mașini pleacă din A respectiv B spre D , respectiv C , trecând prin O pe ruta cea mai scurtă. Cele 4 mașini au aceeași viteză, constantă, pe întreg parcursul. Demonstrați că primele 2 mașini ajung simultan în D , respectiv C . Pot ajunge, toate patru, în același timp la destinație?

Claudiu-Ștefan Popa

Clasa a VIII-a

1. Aflați perechile de numere întregi cu proprietatea că diferența cuburilor lor este egală cu pătratul diferenței lor.

2. Un poliedru are 17 muchii și 9 fețe.

a) Desenați două astfel de poliedre diferite.

b) Dacă fețele poliedrului sunt doar triunghiuri echilaterale sau pătrate, iar toate muchiile sunt de lungime 1 cm, calculați aria sa totală.

Gabriel Popa

3. Un cub cu latura de n cm ($n \in \mathbb{N}^*$) se împarte în cuburi cu latura de 1 cm și se colorează toate cuburile situate pe diagonalele fețelor cubului inițial. Aflați n astfel ca numărul cuburilor colorate să fie 2006.

Julieta Grigoraș