# Concursul de matematică "Florica T. Câmpan"
## Etapa interjudeţeană, 8 mai 2004

**Notă.** Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: cl. a IV-a – 90 de minute, cl. V-VIII – 2 ore.

### Clasa a IV-a

**1.** Precizează regula de formare a numerelor următoare şi identifică cifrele care lipsesc în ultimul număr: 2798, 5783, 3574, 7862, $\overline{54**}$.

**2.** Într-o urnă sunt bile albe, galbene şi roşii. Dacă împărţim numărul bilelor albe la numărul bilelor galbene obţinem câtul 2 şi restul 2. Împărţind numărul bilelor roşii la suma celorlalte obţinem câtul 3 şi restul 3. Aflaţi câte bile sunt în urnă, ştiind că diferenţa dintre numărul bilelor roşii şi dublul sumei celorlalte este 17.

**3.** În timpul unui campionat de şah, doi participanţi care jucaseră acelaşi număr de partide s-au îmbolnăvit şi s-au retras, iar ceilalţi au continuat turneul până la sfârşit. Este adevărat că cei doi participanţi au ajuns să joace între ei, dacă se ştie că în total s-au jucat 23 de partide? (Turneul s-a jucat în sistemul "fiecare cu fiecare" câte o singură partidă.) Justificaţi răspunsul.

### Clasa a V-a

**1.** Aflaţi vârstele tatălui, fiului şi nepotului, ştiind că sunt exprimate prin trei numere prime, iar peste cinci ani vârstele lor vor fi exprimate prin trei numere naturale pătrate perfecte.

**2.** Determinaţi toate numerele de forma $\overline{abbc}$, cifrele $a$, $b$, $c$ fiind distincte, ştiind că sunt îndeplinite condiţiile:
*a*) $\overline{ba}$ se divide cu 13; *b*) $\overline{ab}$ este număr prim; *c*) $c$ este pătratul unui număr natural.
Câte soluţii are problema?

**3.** Pe trei jetoane aşezate cu faţa în jos sunt scrise trei numere naturale nenule şi distincte a căror sumă este 13. Jetoanele sunt aşezate în ordine crescătoare de la stânga la dreapta. Ana ridică, prima, jetonul din stânga, apoi Dan pe cel din dreapta, iar ultimul, Ştefan, pe cel din mijloc, declarând fiecare, în această ordine, că nu are suficiente informaţii pentru a descoperi celelalte numere. Dar tu, acum, poţi spune ce număr a văzut Ştefan?

**Mihaela Cianga, Iaşi**

### Clasa a VI-a

**1.** Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 2004\}$. Determinaţi:
*a*) probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din $A$, acesta să fie divizibil cu 167.
*b*) probabilitatea ca, alegând la întâmplare o submulţime $B \neq \emptyset$ a lui $A$, produsul tuturor elementelor mulţimii $B$ să fie egal cu produsul tuturor elementelor mulţimii $A \setminus B$.

**Ioan Lungu, Vaslui**

**2.** Se consideră triunghiul $ABC$ cu $[AB] \equiv [AC]$, $m(\widehat{BAC}) \geq 90$. Fie $D \in (BC)$ astfel încât $m(\widehat{ADC}) = 60°$ şi fie punctul $E$ astfel încât $D \in (AE)$ şi $[AE] \equiv [CD]$. Să se determine $m(\widehat{EBD})$.

**Mihai Gavriluţ, Roman**

**3.** Un pilot de avion parcurge o anumită distanţă cu avionul şi efectuează următorul calcul: adună numerele naturale nenule ce reprezintă distanţa (în km) cu viteza (în km/h) şi cu timpul (în h) şi obţine 6008. Determinaţi cât timp a durat zborul.

**Cristian Lazăr, Iaşi**

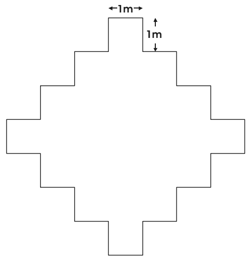
## Clasa a VII-a

**1.** Să se arate că oricum am alege 51 de numere naturale distincte de la 1 la 100, printre ele există două numere naturale distincte $a$ şi $b$ astfel încât $a \mid b$.

**2.** Un casier de bancă distrat, plătindu-i un cec lui Lucian Georges, a încurcat euro cu cenţii (1 Euro = 100 cenţi), dându-i acestuia euro în loc de cenţi şi cenţi în loc de euro. După ce şi-a cumpărat o acadea de 5 cenţi, Lucian Georges a descoperit că i-a mai rămas exact o sumă reprezentând dublul sumei iniţiale de pe cec. Care este suma scrisă pe cec?

**Cătălin Budeanu, Iaşi**

**3.** 26 de pisici sunt închise într-un labirint care are forma din figura alăturată (fiecare latură are lungimea de 1 m). Dacă două pisici se află la distanţă mai mică de $1,5$ m se vor zgâria! Arătaţi că oricum am aşeza cele 26 de pisici în labirint, măcar două se vor zgâria.




**Monica Nedelcu, Iaşi**

## Clasa a VIII-a

**1.** Fie tetraedrul $ABCD$. Vârfului $A$ îi asociem numărul natural $n$, iar vârfurilor $B$, $C$, $D$ le asociem numărul 0. Numim "mutare" alegerea a două vârfuri oarecare şi mărirea numerelor asociate lor cu câte o unitate. Să se arate că după un număr finit de "mutări" putem face ca fiecărui vârf să-i fie asociat acelaşi număr, dacă şi numai dacă $n$ este număr par.

**Gheorghe Iurea, Iaşi**

**2.** Pentru $a \in \mathbb{R}$ considerăm funcţia $f_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_a(x) = ax + 2 - a$, $\forall x \in \mathbb{R}$ şi fie $M_a$ simetricul originii faţă de graficul funcţiei $f_a$.

*a*) Arătaţi că graficele funcţiilor $f_a$ trec printr-un punct fix, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

*b*) Să se arate că, oricare ar fi $a$ şi $b \in \mathbb{R}$, lungimea segmentului $M_aM_b$ este mai mică sau egală cu $2\sqrt{5}$.

**Gabriel Popa, Iaşi**

**3.** Un corp gol în formă de tetraedru regulat este aşezat cu o faţă pe pământ şi suferă două răsturnări instantanee, consecutive, pe alte două feţe ale sale. O bilă neelastică, aflată iniţial în vârful ce nu atinge pământul, se mişcă sub acţiunea atracţiei pământului înaintea primei răsturnări şi până după ultima răsturnare, imediat după fiecare răsturnare plecând spre altă faţă din punctul în care a ajuns.

*a*) Arătaţi că bila cade de fiecare dată (nu se rostogoleşte pe feţe).

*b*) Calculaţi lungimea parcursului bilei, dacă latura tetraedrului are lungimea de $\dfrac{9\sqrt{6}}{32}$ m.

**Claudiu-Ştefan Popa, Iaşi**