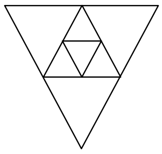
Concursul "Florica T. Câmpan", ediţia a III-a[1]
Faza judeţeană, 1 martie 2003

Clasa a IV-a

1. Care este cel mai mare număr care împărţit la 10 dă câtul 9?

2. Să se ordoneze numerele din şirul următor în ordinea crescătoare a sumei cifrelor lor: 132, 456, 199, 897, 1124,9191.

3. Câte triunghiuri sunt în figură?



4. Să se taie 7 cifre din şirul 123123123123, astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil. Care este numărul?

5. Pe o farfurie sunt 19 fructe: prune, caise, piersici. Numărul piersicilor este de 9 ori mai mare decât cel al prunelor. Câte caise sunt?

6. O coloană de militari, lungă de 100 metri, trece pe un pod lung de 100 metri cu viteza de 100 metri pe minut. Cât timp durează până ce coloana parcurge podul?

7. Când tu veneai pe lume, eu aveam cu 1 an mai mult decât de 4 ori vârsta ta de acum. Aş putea să ajung la 99 ani dacă voi mai trăi cu 2 ani mai mult decât ai trăit tu până acum. Câţi ani am eu acum?

Clasa a V-a

1. Suma cifrelor unui număr natural este 23, iar câtul împărţirii sale prin 9 este 96. Să se afle numărul.

2. În câte zerouri se termină numărul

$$N = 1^{2^{3^{4^{5^{6}}}}} \cdot 2^{3^{4^{5^{6^{1}}}}} \cdot 3^{4^{5^{6^{1^{2}}}}} \cdot 4^{5^{6^{1^{2^{3}}}}} \cdot 5^{6^{1^{2^{3^{4}}}}} \cdot 6^{1^{2^{3^{4^{5}}}}} \ ?$$

Monica Nedelcu

3. Numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sunt aşezate într-un tablou triunghiular astfel

$$\begin{array}{ccccccc} & & & a & & & \\ & & b & & i & & \\ & c & & & & h & \\ d & & e & & f & & g \end{array}$$

Dacă suma numerelor de pe fiecare latură a triunghiului este 20, să se arate că numărul 5 este unul dintre vârfuri.

Andrei Nedelcu

4. Un colier este format din bile pe care sunt înscrise numere naturale nenule astfel încât pe bilele vecine uneia este înscris un divizor sau multiplu al numărului înscris pe acea bilă, fără ca un acelaşi număr să apară pe mai multe bile. Care este

[1] **Notă.** Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 1.5 ore - cl. IV şi 2 ore - cl. V-VIII.

cel mai lung colier care poate fi format cu numerele naturale mai mici sau egale cu 100? Descrieţi toate soluţiile cu număr maxim de bile!

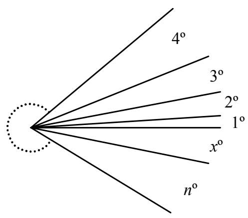
Mihaela Cianga

Clasa a VI-a

1. Fie $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{2003}$. Calculaţi $S + 2$.

2. Determinaţi toate numerele de forma $\overline{abcd}$ ştiind că
$$\frac{a+b+c}{5} = \frac{b+c+d}{2} = \frac{c+d+a}{3}.$$

3. În jurul unui punct O considerăm unghiurile cu măsurile din figură. Dacă $x = 9°$, calculaţi $n°$.



4. Într-un triunghi laturile sunt numere naturale pare. O latură este egală cu 2. Arătaţi că triunghiul este isoscel.

Clasa a VII-a

1. Fiecare celulă a unui tabel 2003×2003 este colorată la întâmplare cu una din 2002 culori. La un pas se permite recolorarea cu o aceeaşi culoare a unei linii sau a unei coloane, dacă pe această linie (coloană) se află măcar două celule de această culoare. Prezentaţi un algoritm cu un numar minim de paşi care permite ca orice tabel sa devină monocolor.

2. Fie r_1, r_2, r_3, ... , r_{2003} o rearanjare a numerelor întregi 1,2,3,...,2003. Să se demonstreze că produsul $P = (r_1 - 1)(r_2 - 2)\ldots(r_{2003} - 2003)$ este număr par.

3. Fie $\triangle ABC$ şi $M \in (BC)$. Notăm cu M', C', A', B' simetricele punctelor A, M', C', A' respectiv faţă de M, C, A, B. Să se arate că punctele M' şi B' coincid dacă şi numai dacă M este mijlocul lui (BC).

Gabriel Popa

4. Se consideră $\triangle ABC$ cu $m(\widehat{A}) = 80°$, $m(\widehat{C}) = 60°$ şi $AC = 1$. Să se demonstreze că BC este medie proporţională (geometrică) între AC şi $(AB + 1)$.

Clasa a VIII-a

1. Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Să se găsească partea întreagă a numărului $\sqrt{n^2 + 3n}$.

2. Fie $A = \{1, 2, 3, \ldots, 2003\}$ şi fie $f : A \to A$ o funcţie liniară neconstantă. Arătaţi că $f(1002) = 1002$.

Gheorghe Iurea

3. Două furnici merg cu viteză constantă pe paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 10$ cm, $BC = 15$ cm, $AA' = 12$ cm. Prima furnică pleacă din A şi ajunge în A' traversând, în ordine, muchiile $[BB']$, $[CC']$ şi $[DD']$

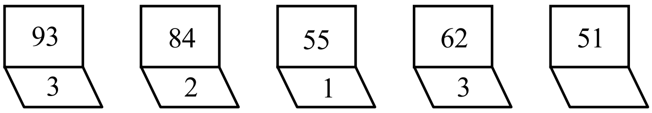
(pe drumul cel mai scurt). A doua furnică pleacă din B' şi ajunge în B traversând, în ordine, muchiile $[CC']$, $[DD']$ şi $[AA']$ (pe drumul cel mai scurt). Cunoscând că furnicile pornesc în acelaşi timp şi că ele se întâlnesc, aflaţi raportul vitezelor lor.

4. Fie o masă de biliard dreptunghiulară $ABCD$ la care s-au ales drept axe de coordonate laturile AB şi AD (AB e axa absciselor). Se dau 2 bile situate în punctele $M(5,6)$ şi $N(1,2)$. Bila din M pleacă liniar către AB astfel încât să lovească bila din N. Să se găsească punctul în care bila loveşte latura AB.

Faza interjudeţeană, 24 mai 2003

Clasa a IV-a

1. Pe fiecare dintre cele cinci cărţi, numărul de jos este într-o aceeaşi legătură ascunsă cu numărul de sus. Care este al doilea număr scris pe a cincea carte?



2. Un elev trebuie să înveţe pentru a doua zi la istorie, matematică şi engleză. În câte moduri îşi poate stabili ordinea disciplinelor la care învaţă? Precizaţi-le!

3. Dacă un pahar şi o sticlă cântăresc cât o cană, sticla respectivă cântăreşte cât paharul şi o farfurie, iar două căni cântăresc cât trei farfurii, atunci câte pahare cântăresc cât o sticlă?

4. Am vizitat grădina zoologică. Am văzut urşii, leii, lupii şi maimuţele, dar nu în această ordine. În prima cuşcă animalele dormeau şi erau urşi sau maimuţe. În a doua cuşcă nu erau lupi şi nici lei. În a treia cuşcă animalele se uitau în altă parte, nu la mine. În a patra cuşcă nu erau maimuţe şi nici urşi. Maimuţele nu dormeau. Lupii se uitau la mine. În ce ordine am vizitat animalele?

Clasa a V-a

1. Determinaţi cel mai mic număr scris în baza 10 numai cu cifrele 0 şi 1, divizibil cu 225.

2. Arătaţi că numerele $1, 2, 3 \ldots, 16$ nu pot fi aranjate pe o circumferinţă astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect. Este posibilă o astfel de aranjare pe o linie? Justificaţi.

3. Fie fracţia $\frac{56}{2^{2003}}$.

a) Justificaţi că fracţia este zecimală finită;

b) Care sunt ultimele două zecimale nenule? Dar ultimele trei?

4. Un grup de prieteni hotărăsc să facă o călătorie la Viena. Fiecare dintre ei prezintă la vamă acelaşi număr de bancnote, unele de 100 €, altele de 100 \$. Organizatorul grupului deţine un sfert din bancnotele de 100 € şi o şesime din cele de 100 \$. Câte persoane sunt în grup şi care e minimul numărului total de bancnote, ştiind că fiecare trebuie să aibă cel puţin 5 astfel de bancnote?

Mihaela Cianga

Clasa a VI-a

1. Pe şase recipiente avem scrise capacităţile lor: 8 l, 13 l, 15 l, 17 l, 19 l şi respectiv 31 l. Recipientele sunt umplute cu ulei sau oţet. Un client cumpără de 840000 lei oţet şi tot de 840000 lei ulei, golind cinci din cele şase recipiente şi lăsând unul singur neatins. Care recipient a fost neatins? Care este preţul unui litru de ulei, ştiind că preţul uleiului este de două ori mai mare decât preţul oţetului?

Nicu Miron

2. Fie numerele naturale nenule $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$. Spunem că mulţimea $\{a_1, a_2, \ldots, a_6\}$ are proprietatea $\mathcal{P}$ dacă $\forall k \in \{3,4,5,6\}$, $\exists i, j \in \{1,2,3,4,5,6\}$, $i \neq j$ astfel încât $a_k = a_i + a_j$. Să se afle câte mulţimi cu proprietatea $\mathcal{P}$ sunt de forma $\{1, 2, a, b, c, d\}$.

Petru Asaftei

3. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Dacă $AB = 2AC$, arătaţi că măsura unghiului $\widehat{C}$ este mai mică decât $67°30'$.

Petru Asaftei

4. Şase drepte se află în acelaşi plan. Arătaţi că cel puţin două dintre aceste drepte fac între ele un unghi cu măsura mai mică decât $31°$.

Clasa a VII-a

1. Să se rezolve ecuaţia $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+11}} = \dfrac{7}{12}$.

2. Să se arate că toate dreptele care împart un dreptunghi în două părţi de arii egale sunt concurente.

3. Un cerc este împărţit în n părţi egale. Plecând din fiecare punct de diviziune, se numără m puncte consecutive şi se uneşte punctul iniţial cu cel obţinut (punctele unite nu sunt diametral opuse). Să se demonstreze că nu există trei drepte care să fie concurente în interiorul cercului.

4. Alice şi Bob au un săculeţ cu 2003 bile. Alice scoate între una şi trei bile din săculeţ după care Bob are dreptul să scoată şi el între una şi trei bile. Procedeul se repetă până la extragerea tuturor bilelor din săculeţ. Arătaţi că Alice poate proceda în aşa fel încât să extragă ea ultima bilă, indiferent de felul în care acţionează Bob.

Clasa a VIII-a

1. *a*) Demonstraţi că $(n+3)^2 - (n+2)^2 - (n+1)^2 + n^2 = 4$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

b) Arătaţi că putem alege semnele astfel încât $\forall n \in \mathbb{N}$ să aibă loc egalitatea

$$(n+7)^2 \pm (n+6)^2 \pm (n+5)^2 \pm (n+4)^2 \pm (n+3)^2 \pm (n+2)^2 \pm (n+1)^2 \pm n^2 = 0.$$

c) Fie $A = \{2003, 2004, \ldots, 20042\}$. Arătaţi că există mulţimile B şi C disjuncte astfel încât $B \cup C = A$, suma elementelor lui B este egală cu suma elementelor lui C şi suma pătratelor elementelor lui B este egală cu suma pătratelor elementelor lui C.

2. La o balanţă braţele în care se pun greutăţile şi marfa trebuie să fie în echilibru. Un cumpărator a sesizat faptul că balanţa este defectă, deoarece punând marfa pe un taler şi greutăţile pe celălalt taler şi apoi invers, balanţa nu este în echilibru. Cumpărătorul, care vrea să achiziţioneze 2 kg, a cerut să i se cântărească 1 kg de marfă într-un mod şi 1 kg de marfă în celălalt mod. A ieşit în pierdere sau în câştig?

3. Folosind două butoaie cilindrice, unul de 50 l, altul de 60 l şi având oricât de multă apă la dispoziţie, prin mai multe măsurători să se obţină 55 l de apă.

Cătălin Budeanu

4. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată cu toate muchiile egale.

a) Determinaţi poziţia punctului M pe segmentul $[BB']$ astfel încât $\mathcal{A}_{\triangle AMC'}$ să fie minimă.

b) Dacă M este mijlocul segmentului $[BB']$, să se determine unghiul dintre planele (ABC) şi (AMC').

Notă de cititor

Mulţi dintre învăţătorii ieşeni au fost probabil contrariaţi în primele momente, la fel ca şi mine, când au aflat de organizarea unui concurs de matematică, la clasele I–VIII având pe generic numele **"Florica T. Câmpan"**.

După ce surpriza a trecut, curiozitatea şi-a făcut loc printre gânduri de tot felul şi m-a îndemnat să aflu ce zvâcnire de spirit se ascunde în spatele acestui nume, fără chip încă pentru mine, dar care a determinat o mobilizare considerabilă de forţe.

Aveam să constat în scurt timp că bibliotecile aveau suficiente materiale care să mă ajute să găsesc răspunsuri convingătoare.

Din paginile cărţilor răsfoite sau citite cu aviditate, se contura personalitatea unui om de cultură, profesor de prestigiu şi dătător *"de cărţi atractive şi lămuritoare"* (*D. Brânzei*) ale geometriei, ale şirurilor de numere şi ale pătratelor magice, ale istoriei matematicii.

Nu mi-am propus în această notă o incursiune în bibliografia acestei **Doamne a matematicii**. Au făcut-o alţii cu mai multă râvnă şi pricepere înaintea mea. M-am gândit doar că sfârşitul toamnei poate constitui pentru ieşeni (şi nu numai) un prilej de aducere aminte a faptului că pe 26 noiembrie 1906 la Iaşi, pe tărâmul matematicii o **"aleasă a Domnului"** se ivea să-şi împlinească harul. Căci pentru **profesor doctor-docent Florica T. Câmpan** matematica nu este o simplă ştiinţă. Ea reprezintă, ca şi credinţa, o cale prin care poţi să fii mai aproape de divinitate. Rândurile mele se doresc a fi mai mult un prilej de a scrie despre ceva drag mie: redescoperirea prin lectură a universului matematicii.

Şi poate atunci când iarna îşi va intra în drepturi, veţi găsi o clipă de răgaz să citiţi despre *"Istoria numărului π"*, despre *"Probleme celebre din istoria matematicii"*, să trăiţi *"Aventura geometriilor neuclidiene"*, să aflaţi cine sunt *"Licuricii din adâncuri"* şi să simţiţi că *"Dumnezeu şi matematica"* au aceeaşi esenţă.

Supleţea şi persuasiunea discursului matematic, profunzimea discursului filozofic, savoarea dialogului te fac să uiţi ariditatea "terenului" pe care te afli, îţi aduc matematica măcar mai aproape de suflet, dacă nu de minte.

Chiar dacă, personal, nu am excelat în domeniu şi nici timp s-o fac nu mai am, m-am aflat prin intermediul d-nei **Florica T. Câmpan** într-un dialog cu matematica dincolo de catalog, dincolo de folosirea ei măruntă şi leneşă, la interferenţa dintre real şi divin.

A venit apoi firesc întrebarea: un învăţător aproape neştiut poate aduce ceva nou în lumea matematicii? Răspunsul a venit prompt. Da, poate veni cu puterea lui de pătrundere, cu puţină lumină în mintea copiilor, iar dacă nu are nimic din toate acestea, poate veni cu sufletul... Pentru că ea, MATEMATICA, este pretenţioasă: VREA TOTUL!

Înv. Luminiţa Murariu, Şcoala "Elena Cuza", Iaşi