Concursul "Florica T. Câmpan", ediţia a II-a

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 1.5 ore - cl. IV şi 2 ore - cl. V-VIII.

Faza judeţeană, 16-17 martie 2002

Clasa a IV-a

I.1. Andrei este mai mare decât Mihai. Mihai este mare decât Mihaela. Ioana este mai mare decât Andrei şi mai mică decât Alexandra, care este mai mică decât Maria. Care este copilul cel mai mare? Dar cel mai mic?

2. În ce coloană şi în care rânduri este nepotrivirea în aceste şiruri de cifre?

	I					*II*		
a)	7	3	2	5	*d*)	2	5	2	7
b)	5	4	9	1	*e*)	4	2	3	2
c)	4	4	2	4	*f*)	1	4	2	5

3. Separaţi 5 kg de făină din 16 kg prin două cântăriri, folosind o balanţă şi o greutate de 2 kg.

II.1. Patronul unei fabrici de sârmă cumpără 1000 kg de fier vechi cu 1000 de lei kilogramul. După topire se pierde jumătate din cantitatea de fier cumpărată. Dacă pentru 10 m de sârmă se folosesc 5 kg de fier topit, iar cheltuielile de fabricare se ridică la 500 000 lei, cu cât trebuie să vândă 1 metru de sârmă ca să obţină un profit de 1 000 000 lei?

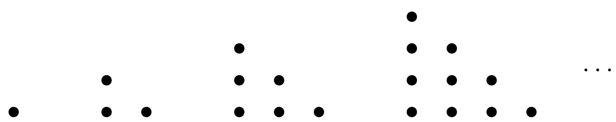
2. Fiecare din cei şapte pitici a trimis câte un cadou celorlalţi. Câte cadouri s-au trimis în total?

III. Lucian-Georges a rezolvat în trei săptămâni un număr de probleme astfel încât în prima săptămână a rezolvat de două ori mai mult decât în a doua, iar în a treia săptămână cu 10 probleme mai mult decât de 4 ori cât a rezolvat în primele două săptămâni. Câte probleme a rezolvat în fiecare săptămână dacă în ultima a rezolvat cu 100 de probleme mai mult decât în celelalte săptămâni?

Clasa a V-a

I.1. Numărul natural n are numai doi divizori d_1 şi d_2 în mulţimea $\mathbb{N}$. Se ştie că $d_1 + d_2 = 29$. Să se afle numărul n. Aceeaşi întrebare dacă $d_1 + d_2 = 30$.

2.

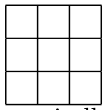


În figura de mai sus sunt reprezentate prin bile numerele 1, 3, 6, 10, ... De câte bile este nevoie pentru a alcătui figura corespunzătoare pasului 2002?

II. În 25 de cutii sunt bomboane de aceeaşi formă şi mărime. Toate bomboanele din 24 de cutii au masa de 16 g, iar cele din a 25-a cutie au masa de 17 g. Fiecare cutie conţine exact 30 de bomboane. Avem la dispoziţie un cântar gradat. Cum putem determina printr-o singură cântărire cutia cu bomboane mai grele?

III. M-am trezit noaptea şi m-am uitat la ceas. Arăta ora 2^{00}. Apoi mi-am dat seama că ceasul era oprit. L-am întors şi am adormit din nou. Când m-am trezit, la radio s-a anunţat ora 7^{00}, în timp ce ceasul meu indica ora 5^{30}. La ce oră m-am trezit noaptea?

Clasa a VI-a



I. În câte moduri se poate completa pătratul alăturat cu numerele 1 sau -1, astfel încât produsul numerelor de pe fiecare linie şi de pe fiecare coloană să fie -1?

II. Un negustor de animale de casă a cumpărat un anumit număr de şoareci albi şi jumătate pe atâtea perechi de papagali. El a plătit 2 $ pentru fiecare şoarece şi 1 $ pentru fiecare papagal. Preţul de vânzare l-a fixat cu 10 % peste preţul de achiziţie. După ce a vândut toate animalele (şoareci şi papagali) - în afară de şapte - negustorul constată că a încasat pe ele exact suma totală plătită de el la cumpărare. Câştigul negustorului este dat de banii pe care îi încasează în urma vânzării ultimelor 7 animale. Cât este acest câştig?

III. Fie un triunghi ABC cu $AB = AC = 3$ şi $BC = 4$. Considerăm punctele oarecare în plan D_1, D_2, D_3, $\ldots$, D_{1001}. Să se arate că există un punct $M \in [AB] \cup [BC] \cup [CA]$ astfel încât $MD_1 + MD_2 + \ldots + MD_{1001} \geq 2002$.

Clasa a VII-a

I. Doi fraţi, Nicu şi Mihai, însoţiţi de fiii lor, Răzvan şi Rareş, cumpără cărţi.

- Ce curios, constată unul dintre copii, fiecare dintre noi, am plătit pe fiecare carte cumpărată un număr de euro egal cu numărul cărţilor cumpărate şi fiecare tată a cheltuit cu 15 euro mai mult decât fiul său.

- Şi în plus Nicu a cumpărat cu 3 cărţi mai puţin decât Răzvan, remarcă Mihai.

Cum se numeşte tatăl lui Rareş?

II. Să se determine trei numere naturale nenule, diferite două câte două, ale căror inverse, adunate, dau un număr natural.

III. Din pătratul din fig.1, prin rearanjarea părţilor componente $(1, 2, 3, 4)$ obţinem triunghiul din fig.2. Aria pătratului este 25 (u^2), iar aria triunghiului este 24 (u^2), adică $25 = 24$. Unde este greşeala?

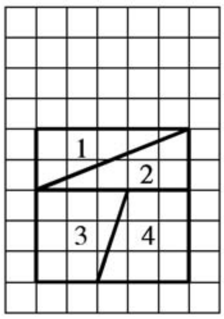


Fig.1

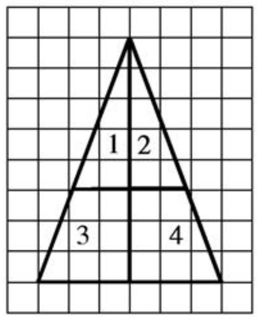


Fig.2

Clasa a VIII-a

I.1. Fie $Gf = [AB] \cup (CD) \cup [EF]$ graficul unei funcţii în plan, unde $A(-4,-2)$; $B(-2,0)$; $C(-2,1)$; $D(2,-1)$; $E(2,0)$; $F(4,4)$. Să se cerceteze dacă punctele $M(5,5)$, $N\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ şi $P(-3,-1)$ aparţin graficului funcţiei.

2. Să se arate că $\left(1+\dfrac{13}{7}\right)^6 + \left(1+\dfrac{7}{13}\right)^6 > 2^7$.

II. Patru pârtii de schi rectilinii au ca punct de plecare, în direcţii diferite, vârful unui munte. Pe fiecare pârtie porneşte un schior care se deplasează cu viteză constantă. Ştiind că la momentul t_1 schiorii se află în patru puncte coplanare, să se arate că la momentul t_2 punctele în care se află sunt coplanare.

III.1. În interiorul unui paraleliped dreptunghic cu dimensiunile a, b, c se consideră n^3+1 puncte distincte. Să se arate că există cel puţin două puncte cu proprietatea că distanţa dintre acestea nu este mai mare decât $\frac{1}{n}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

2. Care sunt valorile întregi ale lui x pentru care suma $ab+x^2$ este un pătrat perfect, dacă a şi b sunt numere prime mai mari decât 2?

Faza interjudeţeană, 25 mai 2002

Clasa a IV-a

I.1. Daniel şi-a făcut un joc de bile. Dacă lovea o bilă, aceasta lovea alte 4 bile, care la rândul lor loveau câte 5 bile, iar acestea loveau câte 6 bile. Câte bile erau în joc?

2. Mutând doar 3 monede din desenul alăturat, rearanjează triunghiul format din acestea astfel încât să fie cu vârful în jos.

II.1. Puneţi semnul + (plus) între cifrele numărului 987654321, astfel ca suma numerelor care rezultă să fie egală cu 99.

2. Doi copii, Andrei şi Bogdan, sunt buni prieteni. Bogdan posedă o bicicletă. Dacă Andrei îi dă lui Bogdan 2 ciocolate, atunci Bogdan îi împrumută bicicleta sa pentru 3 ore. Dacă Andrei îi dă lui Bogdan 28 de caramele, el obţine bicicleta lui Bogdan pentru 2 ore. Aflaţi pentru cât timp va primi Andrei bicicleta lui Bogdan în cazul în care Andrei îi oferă lui Bogdan o ciocolată şi 7 caramele.

III. Ionel se joacă pe scara blocului formată din 15 trepte. El urcă 3 trepte şi coboară apoi 2. Câţi paşi face Ionel ca să ajungă sus, cu ambele picioare, ţinând cont de faptul că treptele se urcă una câte una.

Clasa a V-a

I. Un număr natural par are 2003 divizori. Aflaţi numărul.

II. Într-un concurs de şah participă 32 de elevi. La fiecare etapă se formează grupuri de câte 4 elevi în care fiecare joacă cu fiecare. Primii doi din fiecare grupă intră în etapa următoare. În final rămân 2 concurenţi, dintre care unul va câştiga concursul. Câte partide s-au jucat în total?

III. Dacă şapte capre şi patru iezi mănâncă 100 de verze, câte verze mănâncă o capră şi un ied împreună? (fiecare ied mănâncă acelaşi număr de verze întregi, fiecare capră mănâncă acelaşi număr de verze întregi). Arătaţi că problema are soluţie unică.

Clasa a VI-a

I. Se dau trei fişicuri de monede aşezate vertical, asupra cărora putem efectua una dintre operaţiile O_1: "luăm cele două monede de deasupra unui fişic şi le aşezăm peste altul", sau O_2: "luăm cele două monede de deasupra unui fişic şi le aşezăm câte una peste fiecare dintre celelalte două fişicuri".

a) Găsiţi o condiţie necesară pentru ca, după un număr de operaţii, toate fişicurile să conţină la fel de multe monede;

b) Arătaţi că această condiţie nu este suficientă dacă este permisă o singură operaţie, însă este suficientă în cazul în care sunt permise amândouă.

G. Popa, Recreaţii matematice - 1/2002

II. Alegeţi în faţa fiecăruia dintre numerele $1, 2, 3, \ldots, 2002$ unul dintre semnele "$+$" sau "$-$" astfel încât numărul $|\pm 1 \pm 2 \pm 3 \ldots \pm 2002|$ să ia cea mai mică valoare posibilă.

III.1. Pe o masă de biliard cu dimensiunile 2m×6m se lansează din mijlocul laturii mari o bilă a cărei traiectorie face la plecare un unghi de 45° cu latura. La a 59-a ciocnire, la câţi metri de punctul de plecare se află bila?

2. Platipus Pytagoricus (ornitorincul matematician) depune ouă perfect sferice cu diametrul de 3 cm. El face câte un singur ou şi îl îngroapă cu precizie la 200 m de sursa de apă cea mai apropiată şi la 670 m de un eucalipt. Niciodată două astfel de animale nu-şi îngroapă oul în acelaşi loc. Câte ouă pot spera să găsesc în zona unui râu rectiliniu şi a unui eucalipt?

Clasa a VII-a

I. Fie $\triangle ABC$ oarecare şi A_1, B_1, C_1 picioarele înalţimilor din A, B şi respectiv C. Ce condiţii trebuie impuse $\triangle ABC$ pentru ca relaţia $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ să aibă loc?

P. Bîrsan, Recreaţii matematice - 2/2001

II. 1. Fie $A = \{1, 2, 3, \ldots, 2002\}$ şi $B = \{1, 2, 3, \ldots, 145, 147, 148, \ldots, 2002\}$. Comparaţi media aritmetică a numerelor din mulţimea A, cu media aritmetică a numerelor din mulţimea B.

2. Într-o urnă se găsesc n bile numerotate de la 1 la n. Un magician solicită unui spectator să extragă o bilă şi să-i comunice media aritmetică a bilelor rămase în urnă. Spectatorul comunică magicianului că media solicitată este $51, 15$, după care magicianul a indicat corect numărul bilei extrase. Voi ştiţi cum a procedat?

N. Miron şi J. Grigoraş, Iaşi

III. Se dă paralelogramul $ABCD$. Să se explice cum se poate determina mijlocul M al segmentului $[AB]$ şi apoi cum se poate desena paralela prin M la AC, folosind numai o riglă negradată.

M. Gavriluţ, Roman

Clasa a VIII-a

I. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(t) + f([t]) \cdot f(\{t\}) = t$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

a) Determinaţi funcţia f.

b) Trasaţi graficul funcţiei f pe intervalul $[1, 2]$.

II. Pe un satelit sferic cu raza de 2 unităţi sunt amplasate la întâmplare 9 staţii (puncte) de emisie-recepţie. Demonstraţi că există două staţii pe satelit aflate la o distanţă ce nu depăşeşte π.

III. a) Să se arate că pentru orice alegere a 12 numere naturale consecutive nu se pot numerota muchiile unui cub astfel ca suma numerelor aflate pe 3 muchii care au un vârf comun să fie aceeaşi pentru toate vârfurile cubului (nu se numerotează două muchii cu acelaşi număr).

b) Să se arate că este posibilă numerotarea descrisă dacă se aleg convenabil 12 numere dintre oricare 13 numere naturale consecutive.

C. Chirilă, Recreaţii Matematice - 1/2001

Premiile acordate:

Etapa judeţeană

Clasa a IV-a: Constantinescu Andra (Şc. nr. 33 "M. Kogălniceanu") - premiul I; Munteanu Alexandru (Şc. nr. 15 "Ştefan Barsanescu") - premiul II; Hodea Cosmin (Lic. "Vasile Alecsandri") - premiul III.

Clasa a V-a: Pui Ariadna (C. N. "Emil Racoviţă") - premiul I; Gaftea Alexandru (Col. Naţional) - premiul II; Temneanu Bogdan (C. N. "C. Negruzzi") - premiul III.

Clasa a VI-a: Codrea Sorina (C. N. "Emil Racoviţă") - premiul I; Mihăilă Laura (Col. Naţional) - premiul II; Frunză Tudor Cristian (C. N."C. Negruzzi") - premiul III.

Clasa a VII-a: Ţigănaş Vladimir (Şc. nr. 42 "N. Iorga") - premiul I; Iuga Andreea (Şc. nr. 15 "Ştefan Bârsănescu") - premiul II; Vasiliu Lucian Andrei (Şc. nr. 13 "Alexandra cel Bun") - premiul III.

Clasa a VIII-a: Ionescu Claudiu (C. N. "C. Negruzzi") - premiul I; Ceobanu Vlad (Lic. Informatică) - premiul II; Bentea Eduard (C. N. "Emil Racoviţă") - premiul III.

Etapa interjudeţeană

Clasa a IV-a: Constantinescu Andra (Şc. nr. 33 "M. Kogălniceanu", Iaşi) - premiul I; Tacuţeanu - Liucu Vlad (Şc. nr. 9, Iaşi) - premiul II; Asandei Alexandra (Şc. nr. 15 "Ştefan Bârsănescu", Iaşi) - premiul III.

Clasa a V-a: Hodea Victor (C. N. "Ferdinand I", Bacău) - premiul I; Gaftea Alexandru (Col. Naţional, Iaşi) - premiul II; Pui Ariadna (C. N. "Emil Racoviţă", Iaşi) - premiul III.

Clasa a VI-a: Roşu Eugenia (C. N. "C. Negruzzi", Iaşi) - premiul I; Maftei Mihnea (Şc. nr. 1, Roman) - premiul II; Crânganu Ioana (Lic. Pedagogic, Galaţi) - premiul III.

Clasa a VII-a. Stoica Cătălina (Şc. nr. 10, Focşani) - premiul I; Balusescu Alina (Şc. nr. 1, Roman) - premiul II; Barat Marius (Şc. nr. 10, Piatra-Neamţ) - premiul III.

Clasa a VIII-a: Istrate Adriana (Lic. "Ştefan cel Mare", Târgu-Neamţ) - premiul I; Popovici Teodora (C. N. "Ferdinand I", Bacău) - premiul II; Hăvârneanu Raluca (C. N. "C. Negruzzi", Iaşi) - premiul III.

Concursul de matematică "Traian Lalescu"

Ediţia a III-a, Colegiul "C. Negruzzi", Iaşi, 11 mai 2002

1. Determinaţi valoarea lui a din egalitatea $\{5 - 2 \cdot [(6 + a) : 3 - 2]\} \cdot 7 + 3 = 24$.

2. a) Să se calculeze: $1 + 2 + 3 + \ldots + 100$.

b) Suma a 100 de numere naturale distincte, diferite de zero este 5051. Să se afle numerele.

3. Într-o clasă 28 de elevi stau câte doi în 14 bănci. La începutul fiecărei luni învăţătorul îi redistribuie astfel încât în fiecare bancă să stea doi elevi care nu au mai stat până atunci împreună.

a) Care este numărul maxim de luni în care învăţătorul poate efectua aceste schimbări?

b) Cum îi poate aranja învăţătorul pe elevi?

4. Să se arate că într-un grup de 2002 persoane există două care au acelaşi număr de cunoscuţi printre ceilalţi. (Se admite că dacă persoana X cunoaşte pe Y, atunci şi Y cunoaşte pe X).