2. Fie A o submulţime nevidă a lui $\mathbf{R}$ cu proprietatea că pentru orice numere reale x, y, dacă are loc $x+y \in A$, atunci are loc şi $xy \in A$. Să se demonstreze că $A = \mathbf{R}$.

Eugen Păltănea

3. Fie $ABCD$ un patrulater înscris în cercul $\mathcal{O}$. Unui punct $E \in \mathcal{O}$ i se asociază proiecţiile K, L, M, N pe dreptele DA, AB, BC, CD. Dacă N este ortocentrul triunghiului KLM pentru un punct E distinct de A, B, C, D, atunci aceasta are loc pentru orice punct E al cercului $\mathcal{O}$.

Dan Brânzei

4. Să se determine numerele naturale nenule $a < b < c < d$ cu proprietatea că oricare dintre acestea divide suma celorlalte trei.

Dinu Şerbănescu

Baraj 3, 20 mai 2001, Buzău

1. Fie n un număr natural. Să se afle numerele naturale a, b, c, d pentru care $a^2+b^2+c^2+d^2 = 7 \cdot 4^n$.

Laurenţiu Panaitopol

2. Fie $ABCDEF$ un hexagon cu $AB||DE$, $BC||EF$, $CD||FA$ şi având diagonalele AD, BE şi CF congruente. Să se arate că hexagonul este inscriptibil.

Dan Brânzei

3. Se consideră $n \geq 2$ un număr natural. Să se determine numerele naturale x astfel încât $\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots+\sqrt{x}}} < n$, oricare ar fi numărul de radicali.

Ion Dobrotă

4. Să se determine un paralelipiped dreptunghic de arie minimă, ştiind că are volumul mai mare strict decât 1000, iar lungimile muchiilor sunt numere naturale.

Dinu Şerbănescu

Concurs de matematică pentru clasa a IV-a
Iaşi, 19 mai 2001

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 10 puncte.

1. Aflaţi x din egalitatea $10 \cdot \{x - 10 \cdot [36 + 10 \cdot (24 + 24 : 4)]\} = 100$.

2. Fie numărul $a = 122333444455555\ldots2020\ldots20$.

a) Câte cifre are numărul a?

b) Precizaţi cifra de pe locul 50.

3. Alina are de rezolvat un anumit număr de probleme. Dacă ar rezolva câte 8 probleme pe zi le-ar termina într-un anumit număr de zile. Ea rezolvă însă câte 10 probleme pe zi şi termină cu 3 zile mai devreme. Câte probleme a avut de rezolvat Alina?

4. Un om urcă un şir de trepte ale unei scări după regula: urcă 3 trepte, coboară două trepte, urcă din nou 5 trepte şi coboară o treaptă.

a) Pe ce treaptă se află omul după 736 de paşi?

b) După câţi paşi ajunge el pe treapta 736?

(Un pas înseamnă urcarea sau coborârea unei trepte)

5. Să se determine toate numerele de forma $\overline{xy}$ ştiind că $48 \cdot \overline{xy} = \overline{3ab4}$.