Concursul ,,Recreaţii Matematice"
Ediţia a XI-a, Miclăuşeni (Iaşi), 2013

Clasa a IV-a

1. 24 de păpuşi mari şi 50 de păpuşi mici costă împreună 2920 lei, iar 68 de păpuşi mari şi 100 de păpuşi mici costă împreună 7440 lei. Ce sumă plăteşte în total o grădiniţă care cumpără 30 de păpuşi mari şi 55 de păpuşi mici?

2. Într-o gospodărie sunt iepuri, găini şi raţe. Câte vietăţi sunt de fiecare fel, dacă găini sunt de patru ori mai multe decât raţe şi, împreună, au 100 de capete şi 350 de picioare?

3. Patru fraţi au împreună 45 de ani. Vârstele lor ar deveni egale dacă primul ar avea cu doi ani mai mult, al doilea cu doi ani mai puţin, al treilea de două ori mai mult decât are, iar al patrulea jumătate din vârsta pe care o are. Câţi ani are fiecare?

(*Recreaţii Matematice, 2/2012*)

Clasele V-VI

1. Arătaţi că ecuaţia $x^2 - 5y^2 = 200$ nu are soluţii în mulţimea numerelor naturale.

2. Putem aşeza pe un cerc numerele $1, 2, 3, ..., 2013$ astfel încât suma oricăror trei numere consecutive să se dividă cu 5?

(*Recreaţii Matematice, 1/2012*)

3. (a) Se consideră mulţimea $M = \{x^4 | x \in \{1, 2, \ldots, 10\}\}$. Determinaţi numărul minim de elemente care trebuie alese arbitrar din M pentru a fi siguri că există două elemente alese având diferenţa divizibilă cu 10.

(b) Determinaţi numărul natural n, ştiind că numărul $n^2 - n + 2$ este prim.

Clasele VII-VIII

1. Determinaţi $x, y, z \in \mathbb{R}$ pentru care $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-4} + 3\sqrt{z-9} = \frac{1}{2}(x+y+z)$.

2. Demonstraţi că diagonala unui trapez isoscel este mai lungă decât linia mijlocie a acestuia.

(*Recreaţii Matematice, 1/2013*)

3. Se consideră douăsprezece numere naturale nenule mai mici decât 144. Arătaţi că printre ele există totdeauna trei care pot fi lungimile laturilor unui triunghi.

Clasele a IX-XI

1. Determinaţi funcţiile $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ cu proprietatea:

$$f(x+y) + f(xy-1) = f(x)(y) + 2, \ \ \forall x, y \in \mathbb{Z}.$$

2. Arătaţi că pentru orice numere pozitive a, b, c cu $abc \leq 1$ are loc inegalitatea:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq a + b + c.$$

3. Determinaţi punctele M din planul triunghiului echilateral ABC cu proprietatea că $MB = 2MA$ şi $MC = 3MA$.

(*Recreaţii Matematice, 2/2012*)

Concursul interjudeţean ,,Speranţe Olimpice", Ediţia a XIII-a, Paşcani, 2 noiembrie 2013

Clasa a III-a

I. 1) Într-un pătrat cu dimensiunile 3×3 sunt scrise numerele $1, 2, 3$ şi 4.

Să se completeze cu numere naturale locurile rămase libere astfel încât suma numerelor din fiecare pătrat cu dimensiunile 2×2 să fie 10.

	2	
1		3
	4	

2) Scrieţi numerele de patru cifre $\overline{abcd}$, ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile: a) $a + b + c + d = 19$, b) cifra zecilor este 5, c) $a < b < c < d$.

II. Într-o urnă sunt bile negre şi albe. Numărul bilelor albe este triplul numărului bilelor negre. Se scot din urnă 15 bile albe şi se adaugă 9 bile negre, iar numărul bilelor albe devine egal cu numărul bilelor negre. Câte bile albe şi câte bile negre au fost la început în urnă?

III. La o petrecere au fost invitate 20 de persoane. Andra a dansat cu 7 băieţi, Brânduşa cu 8 băieţi, Corina cu 9 băieţi şi aşa mai departe, până la Georgiana, care a dansat cu toţi băieţii. Câte fete şi câţi băieţi au fost la petrecere? Justificaţi răspunsul dat.

Clasa a IV-a

I. 1) Aflaţi termenul necunoscut n:

$$3333 - \{\overline{aa} : a + [(n - \overline{bbbb} : b) + 333 : 3] \cdot 3 + 333 + 33 : 3\} \cdot 3 = 1269.$$

2) Determinaţi a, b, x, y astfel încât $(11 + 22 + \ldots + 99) : \overline{ab} = 11$ şi $\overline{ab} = \overline{xy} + \overline{yx} + 1$.

Mihail Frăsilă