Concursul interjudeţean "Octav Onicescu"
Ediţia a VIII-a, Botoşani, 30 octombrie 2004

1. Pe data de 30 octombrie o veveriţă lacomă are 2004^{2004} alune. În zilele când are un număr par de alune ea mănâncă jumătate din ele, iar în celelalte zile nu mănâncă nimic şi mai culege 3 alune. Arătaţi că începând cu o anumită zi veveriţa va mânca doar câte 3 alune odată la 2 zile.

2. Broscuţele stau în cerc în jurul lacului de la Ipoteşti. În prima secundă orăcăie una din ele. În fiecare din secundele următoare orăcăie doar acelea ce au măcar o vecină care a orăcăit în secunda anterioară. Dovediţi că 2005 broscuţe vor orăcăi toate deodată de la un moment dat încolo, dar 2004 broscuţe nu vor orăcăi niciodată toate deodată.

3. Pe o tablă de şah $n \times n$ sunt aşezate n^2 numere egale fiecare cu 1 sau -1 (nu toate egale). Prin *mutare* se înţelege că alegem o linie şi o coloană oarecare şi schimbăm semnele tuturor numerelor de pe linie şi apoi tuturor celor de pe coloană. Se ştie că după câteva astfel de mutări toate numerele pot fi făcute 1. Arătaţi că dacă n este par, plecând de la configuraţia iniţială putem face toate numerele -1 iar dacă n este impar nu putem face niciodată toate numerele -1.

4. De aceeaşi parte a unei drepte se consideră 2003 puncte distincte A_1, A_2, ..., A_{2003} astfel încât orice cerc cu centrul pe dreaptă să conţină cel mult două dintre puncte. Se numeşte "cerc bun" un cerc cu centrul pe dreaptă, ce trece printr-unul din puncte şi lasă 1001 puncte în interiorul său şi 1001 în exterior. Arătaţi că:

a) orice punct de pe dreaptă (cu excepţia eventual a unui număr finit de puncte) este centrul unui "cerc bun";

b) dacă absolut toate "cercurile bune" trec prin A_{1002} (deci prin *acelaşi punct*) atunci cele 2003 puncte sunt situate pe o perpendiculară pe dreapta dată.

5. *a*) Se dau $n \geq 2004$ sertare aşezate în linie. În primele 2003 din stânga avem câte o bilă. La un *pas* se alege o bilă oarecare ce are sertar gol în dreapta şi se mută în acesta, astfel că bilele "migrează" una câte una spre dreapta. Arătaţi că după fix $2003\,(n-2003)$ paşi nici o bilă nu mai poate fi mutată.

b) Se dau $n \geq 2004$ numere reale distincte astfel încât suma oricăror 2003 din ele să fie tot unul din cele n numere. Arătaţi că $n = 2004$, că jumătate din numere sunt pozitive şi celelalte sunt opusele lor.

Rezultatele obţinute au fost următoarele:

Premiul I – **Pachiţariu Marius** (Colegiul Naţional Iaşi).

Premiul II – **Chirilă Cezar** (Colegiul Naţional "Tudor Vianu", Bucureşti).

Premiul III – **Ţurcanu Alexandru**, **Vatavu Şerban** (Colegiul Naţional "Mihai Eminescu", Botoşani).

Menţiuni – **Roşu Eugenia** (Iaşi), **Istrate Carmen** (Focşani), **Berea Bogdan** (P. Neamţ), **Milatinovici Bianca** (Iaşi), **Hurmuz Daniel** (Botoşani), **Mandici Ciprian** (Suceava), **Galea Lucian** (Botoşani), **Cepoi Alexandru** (Suceava), **Dascălu Sorin** (P. Neamţ), **Georgescu Flavian** (P. Neamţ), **Coşbuc Mircea** (Iaşi), **Mihalcea Marcel** (Vaslui), **Plămadă Andrei** (Botoşani).