Capacitate - teste pregătitoare

Ion SECRIERU[1] *şi Cezar Marius ROMAŞCU*[2]

Testul 1

A. 1. Ştiind că viteza luminii este 300 000 km/s, atunci distanţa de 1 an-lumină este egală cu………. km.

2. În timpul semestrului I al anului şcolar 2001-2002, un elev a obţinut la matematică notele 7, 7, 9, 7, 7, 7, iar la teză nota 8. Media la sfârşitul semestrului este …………

3. Valoarea raportului $\dfrac{36\% \text{ din } 12}{12\% \text{ din } 36}$ este …………..

4. Un avion pleacă de la Londra la ora 5^{40} G.M.T. şi ajunge la Bucureşti la ora 12^{00} ora locală. Timpul în care a parcurs avionul distanţa Londra-Bucureşti este……..

5. Sistemul $\begin{cases}(x-1)^2+(y+3)^2=10\\(x-y)(x+y)=(x+1)^2-y^2-9\end{cases}$ are soluţiile……………….

6. Fie punctele $A(-2, -2)$, $B(1, 2)$. Distanţa AB este……………….

7. Ştiind că raza Pământului este 6400 km, atunci:

a) lungimea Ecuatorului este…………km;

b) lungimea paralelei 45^0 este……….km.

8. Un teren are forma unui dreptunghi cu lungimea de 150 m şi lăţimea de 50 m.

a) Suprafaţa acestui teren este………..m^2;

b) Costul aratului pentru un hectar este 1 000 000 lei; atunci aratul terenului costă …………lei.

9. O piramidă patrulateră regulată are latura bazei de 12 cm, iar unghiul diedru dintre o faţă laterală şi planul bazei este de 60^0.

a) Aria secţiunii diagonale a piramidei este………cm^2;

b) Volumul piramidei este……….cm^3.

B. 10. La un concurs de matematică, valoarea cumulată a premiilor primilor patru clasaţi a fost 3 200 000 lei. Premierea a fost făcută după cum urmează: menţiunea primeşte o optime din sumă, iar premiile III, II şi I au fost răsplătite direct proporţional cu numerele 2,5; 5, respectiv 6,5. Ce sumă a primit fiecare premiant?

11. Fie funcţiile $f, g: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = ax+b$, $g(x) = -2x+4$.

a) Determinaţi funcţia f ştiind că graficul acesteia trece prin punctele $A(1, 1)$, $B(0, 2)$;

b) Reprezentaţi grafic, folosind acelaşi sistem de axe, funcţiile f şi g;

c) Determinaţi aria suprafeţei cuprinse între graficele celor două funcţii şi axa Oy.

12. Fie trapezul isoscel $ABCD$ înscris într-un cerc de rază 24. Ştiind că bazele AB şi CD sunt de o parte şi de alta a centrului cercului şi subîntind unghiuri de 120^0, respectiv 60^0, să se calculeze:

a) lungimile bazelor;

b) aria şi perimetrul trapezului;

---

[1] Profesor, Grupul Şcolar Economic nr. 2 "Virgil Madgearu", Iaşi

[2] Profesor, Şcoala Picioru Lupului, Ciurea (Iaşi)

c) raportul volumelor corpurilor obținute prin rotirea trapezului o dată în jurul bazei mici, apoi în jurul bazei mari.

Testul 2

A. **1.** Numerele naturale $\overline{4x3y}$ divizibile cu 45 sunt………

2. Soluția inecuației $|(x+2)(x+5)|+|4x+20|\leq 0$ este ………..

3. Calculând $(1+\sqrt{3})(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-2\sqrt{3})$, obținem………..

4. Dacă numerele naturale a, b sunt astfel încât $\frac{a}{b}=\frac{4}{7}$ şi $[a, b]=308$, atunci $a+b=$………..

5. Pentru $A=\{x\in \boldsymbol{N}; |x-1|\leq 4\}$; $B=\{x\in \boldsymbol{R}; |x+1|>3\}$ şi $C=\left\{x\in \boldsymbol{Z}; \frac{x+2}{x-3}\leq 0\right\}$, avem că $A\cap B\cap C=$ ……………

6. Aria laterală a unui cilindru având ca secțiune axială un pătrat este egală cu aria laterală a unui con echilater. Raportul volumelor este………

7. Un romb are un unghi de 120^0 şi înălțimea $4\sqrt{3}$ cm.

a) Perimetrul rombului este……….cm;

b) Latura unui hexagon regulat echivalent cu rombul este………cm.

8. Într-un cub $ABCDA'B'C'D'$ distanța de la vârful A' la mijlocul E al laturii $[BC]$ este 15 cm.

a) Aria cubului este………cm^2;

b) Volumul cubului este……..cm^3.

9. Dacă la $\frac{4}{11}$ dintr-un număr adăugăm $\frac{3}{5}$ din alt număr obținem $\frac{53}{55}$; $\frac{3}{5}$ din primul număr este cu $\frac{13}{55}$ mai mare decât $\frac{4}{11}$ din al doilea număr.

a) $\frac{x}{13}+\frac{y}{53}=$ …………..;

b) $x+y=$……………

B. **10.** Se dau proporțiile $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ şi $\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$, cu $a, b, c\in \boldsymbol{Z}$.

a) Să se determine k şi p aşa încât $\frac{a}{8}=\frac{b}{k}=\frac{c}{p}$;

b) Pentru $k=12$ şi $p=15$, să se determine a, b, c în fiecare din următoarele cazuri: (i) $a+b+c=70$; (ii) $a^2+b^2+c^2=433$.

11. Pe laturile $[BC]$ şi $[AD]$ ale paralelogramului $ABCD$ se construiesc în exterior pătratele $BCMN$ şi $ADPQ$. Să se demonstreze că:

a) $[BP]\equiv[ND]$;

b) PN, MQ, AC şi BD sunt drepte concurente.

12. O piramidă patrulateră regulată $SABCD$ are toate muchiile de lungimi egale. Ştiind că apotema piramidei este de $6\sqrt{3}$ cm, să se calculeze:

a) aria laterală şi volumul piramidei;
b) unghiul diedru format de planele (SAB) şi (ABC);
c) distanța de la centrul bazei la o fața laterală.

Testul 3

A. **1.** Dacă $\sqrt{\overline{xyz}} = \overline{yz}$, atunci $\overline{xyz} =$ ……………

2. Pentru n $\in \boldsymbol{Z}$, fracția $\dfrac{n^2+n+6}{n+1} \in \boldsymbol{Z}$ dacă n$\in$ $\{$……….$\}$.

3. Rezultatul calculului $\sqrt{\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}}+\sqrt{\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$ este ……………….

4. Între bazele trapezului $ABCD$ există relațiile $m_a=10$ şi $m_g=5$; lungimea segmentului paralel cu bazele care trece prin punctul de intersecție a diagonalelor este…

5. Într-un paralelogram $ABCD$ ($BC>CD$), mediatoarea diagonalei $[BD]$ intersectează dreptele AB şi CD în E, respectiv F. Patrulaterul $BFDE$ este…………

6. Lungimea şi lățimea paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ sunt valorile absolute ale soluțiilor ecuației $\dfrac{x+a}{x-a}+\dfrac{x-a}{x+a}=\dfrac{a(4a-3x)}{x^2-a^2}$, $a \in \boldsymbol{R}_+$, iar înălțimea reprezintă jumătate din lungime. Dacă M, N sunt mijloacele segmentelor $[AD]$, respectiv $[A'B']$, atunci $d(M, N)=$……………….

7. Secțiunea axială a unui con echilater are înălțimea de $6\sqrt{3}$ cm.
a) Aria totală a conului este……..cm^2;
b) Volumul conului este…………cm^3.

8. Fie mulțimile $A=\left\{x \in \boldsymbol{Z} \middle| \dfrac{6}{x-1} \in \boldsymbol{Z}, -6 \le x \le 4\right\}$ şi $B=\{x \in \boldsymbol{Z} | -2 \le 3x+4 \le 13\}$.
Atunci $A=\{$………..$\}$ şi $B=\{$…………$\}$.

9. Fie mulțimile $A=\{-2, 0, 2\}$ şi $B=\{-2, 4, 10\}$. O funcție liniară $f: A \to B$ are legea de compoziție $f(x)=$……. sau $f(x)=$……….

B. **10.a)** Să se compare numerele $a=\dfrac{3^{111}}{5^{333}}$ şi $b=\dfrac{3^{291}}{5^{453}}$.

b) Să se arate că numărul $a= 5^{n+3}\cdot 2^n - 125$ este divizibil cu 45 pentru orice $n \in \boldsymbol{N}$.

11. Fie funcțiile $f, g: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = ax+b$, $g(x) = cx+d$.
a) Să se determine f şi g ştiind că $f(x-1)=-3x-5-f(2)$ şi $f(2x+3)=g(2x)+5$;
b) Determinați valoarea parametrului real m pentru care ecuația $mx^2+f(x)=0$ are soluțiile egale; aflați aceste soluții.

12. Doi elevi privesc simultan şi din aceeaşi parte un turn. Primul vede vârful turnului sub un unghi de 45^0, iar al doilea sub un unghi de 30^0. Ştiind că înălțimea copiilor este de 1,50 m iar distanța de la turn până la al doilea elev este $9\sqrt{3}$ m, aflați:
a) înălțimea turnului;
b) distanța dintre cei doi copii.

Testul 4

A. **1.** Să se determine numerele naturale a şi b ştiind că $(a, b)=15$ şi $a \cdot b=3150$.

2. Aflaţi elementele mulţimii $A=\left\{\overline{abc} \,\middle|\, \sqrt{\overline{abc}-\sqrt{c}} \in \mathbb{N}\right\}$, ştiind că $a \neq b \neq c \neq a$.

3. Găsiţi numerele naturale a, b, c ştiind că a reprezintă 20% din b, suma dintre a şi c este 24, iar b şi c sunt direct proporţionale cu 5 şi 7.

4. Dacă $a^2+b^2+c^2+14=4a+2b+6c$, calculaţi $\frac{a \cdot c}{b}$.

5. Determinaţi funcţiile liniare $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea că $f(x-2) \cdot f(x+2)=x^2-2x-3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

6. Într-un triunghi ascuţitunghic în care $m(\hat{B})$ este cu 50^0 mai mare decât $m(\hat{C})$ se construiesc înălţimea AD şi bisectoarea CE. Ştiind că $m(B\hat{A}D)$ şi $m(B\hat{E}A)$ sunt direct proporţionale cu 3 şi 4, să se calculeze măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

7. O prismă din lemn are ca bază un pătrat cu diagonala $12\sqrt{2}$ cm. Ştiind că masa prismei este 30,24 kg, aflaţi masa unui cilindru din acelaşi material înscris în prisma dată.

8. Un trapez isoscel are aria 85 cm^2 şi înălţimea 5 cm. Ştiind că diferenţa bazelor trapezului este 24 cm, aflaţi perimetrul său.

9. Un paralelogram are laturile de 10 cm, respectiv 14 cm, iar măsura unghiului ascuţit este 60^0. Aflaţi lungimile înălţimilor paralelogramului.

B. **10.** Preţul unui produs a fost redus de două ori succesiv, prima oară cu 10% , iar a doua oară cu 30%, ajungând în final de 69 300 lei. Să se afle:

a) preţul iniţial al produsului;
b) preţul după două scumpiri succesive cu 10% şi 30%, pornind de la preţul final;
c) preţul în dolari la un curs al zilei de 32 000 lei, în toate cele trei variante.

11. Să se rezolve sistemul $\begin{cases} (x+y-1)^2-(x-y)(x+y)+63=2y(y+x) \\ \frac{2x-y}{7}-\frac{2y-x}{4}+9=y \end{cases}$.

12. Apotema bazei unei prisme triunghiulare regulate este $\sqrt{3}$, iar diagonala unei feţe laterale este 10 Să se calculeze:

a) aria totală a prismei;
b) înălţimea unui tetraedru regulat ce are o faţă echivalentă cu o bază a prismei;
c) raportul dintre volumul tetraedrului astfel determinat şi volumul prismei.

Testul 5

A. **1.** Ştiind că x şi y sunt direct proporţionale cu 2 şi 3, atunci $\frac{3x^2-xy+2y^2}{x^2-xy+3y^2}=$ ....

2. Dacă $(a, b)=6$, $[a, b]=336$ şi $a<10$, atunci $a+b=$.............

3. Dacă x, y, z sunt invers proporţionale cu $\frac{1}{5}, \frac{1}{8}$ şi 3, iar $2x-y+3z=9$, atunci $y+z$ reprezintă ....% din x.

4. În triunghiul isoscel ABC, $[AB]\equiv[AC]$, $m(\widehat{BAC})=36^0$, $BC=4$, iar BD este bisectoare cu $D\in(AC)$. Atunci $AB\cdot CD=$…………

5. Cercurile $C_1(O_1, 3)$ şi $C_2(O_2, 2)$ sunt tangente exterior, iar tangentele lor comune exterioare se intersectează în P. Atunci $PO_2=$................

6. Aria unui dreptunghi este 60 cm^2, iar lungimea este cu 7cm mai mare decât lățimea. Lungimea diagonalei dreptunghiului este ....

7. Un triunghi dreptunghic are o catetă de 12 cm, iar suma dintre cealaltă catetă şi ipotenuză este 24 cm.

a) Lungimea ipotenuzei este.............cm;

b) Aria triunghiului este ....cm^2.

8. Fie $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$, $B=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{2+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}+\dfrac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$.

a) Numărul A este un număr...........;

b) Produsul $A\cdot B$ este egal cu ………

9. Se dă ecuația $mx=\dfrac{2x-m}{2}+6$, $m\in\boldsymbol{R}$.

a) Dacă ecuația are soluția $x=3$, atunci $m=$............;

b) Pentru $m=2$, ecuația are soluția $x=$.............

B. **10.** Fie $E_1(x)=\dfrac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{1-x^2}}:\dfrac{x}{5}$; $E_2(y)=\left(\dfrac{y}{y-3}+\dfrac{y-3}{y}-1\right):\dfrac{y^2-3y+9}{3y}$.

a) Aduceți expresiile la forma cea mai simplă;

b) Rezolvați sistemul $\begin{cases}\dfrac{2}{5}E_1(x)-E_2(y)=-4\\ E_1(x)+\dfrac{1}{2}E_2(y)=-1\end{cases}$.

11. Măsurile unghiurilor A, B, C ale triunghiului ABC sunt direct proporționale cu numerele 6,5; 5 şi 0,5, iar mediatoarea laturii $[AC]$ taie latura $[BC]$ în E. Aflați $m\left(\widehat{BAE}\right)$.

12. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu înălțimea de $6\sqrt{2}$ şi unghiul diedru dintre o față laterală şi planul bazei de măsură 45^0.

a) Aflați aria totală a piramidei;

b) Determinați aria laterală şi volumul trunchiului obținut prin secționarea piramidei printr-un plan paralel cu baza aflat la o distanță de $2\sqrt{2}$ cm față de vârf;

c) Aflați raportul dintre volumele piramidei şi cel al unui con circular drept în care poate fi înscrisă aceasta.