

Concursul interjudețean "Unirea" 2001, Focșani

Concursul s-a desfășurat în perioada 26 - 28 ianuarie 2001, fiind organizat de Colegiul Național "Unirea" din Focșani. La concurs au participat 185 de elevi din județele: Bacău, Botoșani, Brăila, Buzău, Galați, Iași, Neamț, Vaslui, Vrancea.

Timp de lucru: 3 ore.

Clasa a VII-a

1. Într-un stativ de formă circulară sunt așezate eprubete care conțin bacterii. Media aritmetică a numărului de bacterii din oricare cinci eprubete așezate la rând (dispușe consecutiv) este aceeași.

a) Dacă sunt 21 de eprubete, demonstrați că toate conțin același număr de bacterii.

b) Stabiliți dacă rezultatul de la punctul a) rămâne același în cazul în care avem 20 de eprubete.

Florica Banu, Ion Savu

2. Se consideră triunghiurile ABC și $A_1B_1C_1$ situate astfel încât $A_1 \in (AB)$, $B_1 \in (BC)$, $C_1 \in (CA)$ și $\frac{AA_1}{AB} = \frac{BB_1}{BC} = \frac{CC_1}{CA} = k > 0$. Calculați raportul ariilor triunghiurilor $A_1B_1C_1$ și ABC în cazurile: a) $k \in (1, \infty)$; b) $k \in (0, 1)$.

Dorin Popovici

3. Determinați numerele reale a , b și c pentru care $ax^2 + bx + c$ este număr întreg, oricare ar fi x întreg.

Dorin Popovici

4. a) În triunghiul ABC considerăm $D \in (BC)$ astfel încât $BD = 2DC$. Arătați că: $AD < \frac{AB + 2AC}{3}$.

b) În patrulaterul convex $ABCD$ considerăm $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $R \in (CD)$, $Q \in (DA)$ astfel încât:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CR}{RD} = \frac{DQ}{QA} = 2.$$

Notând cu P perimetrul patrulaterului $ABCD$ și cu P' perimetrul patrulaterului $MNRQ$, dovediți că:

$$P' < \frac{5}{4}P + \frac{4}{9}(AC + BD).$$

Costel Chiteș

Premiul I: Mirică Andreea (Galați), Balmuș Elena Ioana (Neamț)

Premiul II: Garbacevschi Oana (Botoșani), Curaliuc Cristian (Botoșani)

Premiul III: Ionașcu Laurențiu (Vrancea), Mihăilescu Ioana (Botoșani)

Mențiuni: Apetroaei Ioana (Bacău), Soare Corina (Vrancea), Bratu Ovidiu (Brăila), Ghiuru Andrei (Buzău), Grigore Alina (Vrancea), Havărneanu Raluca (Neamț)