

# Capacitate - teste pregătitoare

Gheorghe IUREA și Petru RĂDUCANU<sup>1</sup>

## Testul 1

- A. 1.  $(2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}) : \sqrt{75} = \dots$   
2. Dacă  $A(-3, 4)$ , atunci  $OA = \dots$   
3.  $\frac{xyyx - yyxx}{yyx - yx} \cdot \frac{y}{xy - y} = \dots$   
4. Raportul ariilor a două sfere este  $\frac{1}{2}$ . Raportul volumelor sferelor este  $\dots$   
5. Dacă  $|x^2 + x - 2| + |x^2 - 1| \leq 0$ , atunci  $x = \dots$   
6. Dacă  $A(2, a) \in G_f$ ,  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 4x - 3$ , atunci  $a = \dots$   
7. A 70-a zecimală a numărului  $\frac{14}{111}$  este  $\dots$   
8. Aria unui dreptunghi  $ABCD$  este egală cu  $50 \text{ cm}^2$ . Perpendiculara din  $A$  pe diagonala  $BD$  intersectează latura  $CD$  în  $E$ . Perimetrul  $\triangle AEB$  este egal cu  $\dots$   
9. Dacă  $0 < a < 1$ , dintre numerele  $\frac{1}{a}$  și  $\frac{1}{a^2}$ , mai mare este  $\dots$
- B. 1. Fie funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = -4x + 5$ .  
a) Reprezentați grafic funcția  $f$ ;  
b) Determinați punctul de pe grafic care are coordonatele opuse.  
2. Într-un con circular drept, raza bazei este de 6 cm, generatoarea de 10 cm.  
Se cere:  
a) Volumul și aria laterală;  
b) Volumul și aria laterală a trunchiului de con determinat prin secționarea conului cu un plan paralel cu baza conului, dus prin mijlocul înălțimii conului;  
c) Determinați un punct  $M$  pe înălțimea conului, egal depărtat de vârful conului și de punctele cercului bazei.  
3. Fie  $a, b \in \mathbf{Z}$  astfel încât  $2a + 3b = 9$ .  
a) Demonstrați că  $b$  este impar;  
b) Determinați  $a, b$  dacă  $|a - b|$  este minim.

## Testul 2

- A. 1. Soluția pozitivă a ecuației  $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5} = 0$  este  $\dots$   
2. O pâine costă 5000 lei. După o scumpire de  $p\%$ , prețul devine 5750 lei. Atunci  $p = \dots$   
3. Înălțimea unui tetraedru regulat este 4 cm. Volumul este  $\dots$   
4. Dacă  $(1, 2)$  este soluție a sistemului de ecuații:  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ ax + 1 = -1 \end{cases}$ , atunci  $a = \dots$   
5. Dacă  $x, y \in \mathbf{N}^*$ ,  $\frac{x}{54} = \frac{4}{y}$  și  $[x, y] = 36$ , atunci  $(x, y) = \dots$   
6. Dacă  $a = 6$  și  $b = 6 + c$  atunci  $P = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) = \dots$

<sup>1</sup> Profesori, Liceul "D. Cantemir", Iași

7. Un con circular drept cu  $A_l = 20\pi \text{ cm}^2$ ,  $A_t = 36\pi \text{ cm}^2$  are  $V = \dots$   
 8. Dacă  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$  și  $|f(n)| \leq 1$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ , atunci  $n = \dots$   
 9. Fie  $x, y, z \in \mathbf{Q}$ ,  $x, y, z$  direct proporționale cu 2, 3, 4 și  $y - x = 3$ . Atunci  $xyz = \dots$

B. 1. Fie  $E(a) = \left( \frac{a}{a+2} + \frac{2}{2-a} + \frac{4}{a^2-4} \right) \cdot \frac{a^2-4}{a^2}$ .

- a) Determinați valorile lui  $a$  astfel încât  $E(a)$  are sens;  
 b) Demonstrați că  $E(a) = \frac{a-4}{a}$ ;  
 c) Arătați că  $E(\sqrt{2}) + E(-\sqrt{2}) \in \mathbf{Z}$ .  
 2. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată, cu lungimile laturilor bazelor de 5 cm și 7 cm are volumul de  $109 \text{ cm}^3$ . Se cere:  
 a) aria laterală a trunchiului;  
 b) aria laterală și volumul piramidei din care provine trunchiul;  
 c) distanța de la centrul bazei mici la o față laterală.  
 3. Se consideră ecuația:  $x + 2 = \frac{a^2 - 1}{x}$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .  
 a) Dacă  $|a| \neq 1$ , atunci ecuația are două rădăcini reale;  
 b) Dacă  $|a| = 1$ , rezolvați ecuația.

### Testul 3

- A. 1. Cel mai mare număr de 3 cifre, divizibil cu 4 și cu 3 este numărul ...  
 2.  $\frac{2+4+6+\dots+200}{3+6+9+\dots+300} = \dots$   
 3.  $|x-1| = a$  are soluția 2. Atunci  $a = \dots$   
 4. Dacă  $ABCDA'B'C'D'$  este un cub cu muchia  $a$ , iar  $O'$  este centrul bazei  $A'B'C'D'$ , atunci  $P_{\Delta BDO'} = \dots$   
 5. Bisectoarele unghiurilor  $B$  și  $C$  ale  $\Delta ABC$  formează un unghi de măsură  $120^\circ$ . Măsura  $\angle BAC$  este ...  
 6. 3 muncitori execută o lucrare în 15 zile. 5 muncitori cu același randament vor executa aceeași lucrare în ... zile.  
 7. Dacă  $x \in \mathbf{Z}$  și  $1 < \frac{x-2}{-2} < 2$ , atunci  $x = \dots$   
 8. Proiecția unui segment pe un plan are ca lungime jumătate din lungimea segmentului. Segmentul face cu planul un unghi de măsură ...  
 9. Rezultatul calculului  $2x^2 - x + 4 - 2(x-1)(x-2)$  este ...  
 B. 1. Dacă  $x + \frac{1}{x} = 4$ , calculați:  
 a)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ;  
 b)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  și  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ .  
 2. Fie un paralelipiped dreptunghic cu  $V = 64 \text{ cm}^3$  și  $A_t = 2d^2$ , unde  $d$  este diagonală paralelipipedului.  
 a) Arătați că paralelipipedul este cub;  
 b) Calculați distanța de la punctul  $A$  la  $(B'CD)$ .

3. Determinați  $\overline{ab}$ , dacă  $\overline{ab} + \overline{ba} = 22(3\overline{a} - 3\overline{b})$ .

### Testul 4

- A. 1. Dacă numărul  $\overline{123x}$  se divide cu 9, atunci  $x = \dots$
2. Soluția ecuației  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 2$  este ...
3. Fie  $ABCD$  trapez dreptunghic,  $AB \parallel CD$ ,  $m(\hat{A}) = 90^\circ$ . Dacă diagonalele sunt perpendiculare, atunci  $\frac{CD \cdot BD}{AC \cdot AD} = \dots$
4.  $\left(\frac{1+3}{1-3} + \frac{2-5}{2+5}\right) : \frac{34}{21} = \dots$
5. Cel mai mare număr de 2 cifre divizibil cu 13 este ...
6. Dacă  $\frac{x + \sqrt{1,21}}{2,1} = \frac{0,1}{0,3}$ , atunci  $x = \dots$
7. Înălțimea unui  $\Delta$  echilateral este  $2\sqrt{3}$  cm. Perimetrul triunghiului este ...
8. Un lucrător care trebuia să execute 350 piese a efectuat cu 20% mai puține. Câte piese a executat? ...
9. Dacă  $d$  este lungimea diagonalei unui cub iar  $V$  este volumul său, atunci raportul  $\frac{V}{d^3} = \dots$
- B. 1. Dacă  $a, b, c \in \mathbf{R}$ ,  $(a + b + c)^2 = 3(ab + ac + bc)$ , arătați că  $a = b = c$ .
2. O echipă de 13 muncitori pot termina o lucrare în 12 zile. După ce lucrează 2 zile, 3 muncitori pleacă în alt punct de lucru. În câte zile vor termina lucrarea muncitorii rămași?
3. Un cilindru circular drept are  $R = 3$  cm și  $G = 6\sqrt{3}$  cm.
- a) Calculați aria totală și volumul;
- b) Determinați aria laterală a conului care are aceeași bază ca și cilindrul iar vârful este punctul de intersecție al diagonalelor dreptunghiului care este secțiunea axială a cilindrului.

### Testul 5

- A. 1. Într-un romb de arie  $2\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> latura are aceeași lungime cu o diagonală. Perimetrul rombului este ...
2. Suma a două numere prime este 99. Numerele sunt ...
3. Soluția ecuației  $2x^2 - x - 1 = 0$  din intervalul  $(-1, 0)$  este ...
4. Dacă  $x + \frac{1}{x} = 3$ , atunci  $x + x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \dots$
5. Valoarea raportului  $\frac{\cos 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{\cos 30^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ} = \dots$
6. Suma numerelor naturale  $n$  pentru care  $\frac{2n-5}{n+1} \in \mathbf{Z}$  este ...
7. Dacă  $\frac{x}{2} = \frac{\overline{1a2}}{9}$ ,  $x \in \mathbf{N}$ , atunci  $a = \dots$

8. Într-un trunchi de con circular drept, diferența razelor bazelor este 4 cm iar raportul lor este  $\frac{2}{3}$ . Dacă generatoarea este de 5 cm, atunci volumul trunchiului este ...

9. Cel mai mare număr  $n \in \mathbf{N}$  pentru care  $\sqrt{24 - 4\sqrt{n}} \in \mathbf{N}^*$  este ...

B. 1. Fie inecuația  $\frac{x-4}{2} + 1 \leq \frac{x-a}{3}$ ,  $a \in \mathbf{R}$ ,  $x \geq 0$ .

a) Dacă inecuația are soluții atunci  $a \leq 3$ .

b) Se cere  $a < 3$  astfel încât soluția inecuației să fie un interval de lungime 2.

2. Dacă  $\frac{2a}{a+5b} = \frac{3}{7}$  și  $\frac{a-c}{a+c} = \frac{3}{5}$ , se cere  $\frac{b+c}{b-c}$ .

3. Fie cubul  $ABCD A' B' C' D'$ ,  $M$  mijlocul lui  $(BB')$ ,  $O$  centrul feței  $ABCD$ .

Dacă  $AB = a$ , să se determine:

a) Volumul și aria totală a cubului;

b) Aria  $\Delta MOD'$ ;

c) Distanța de la  $M$  la  $(ACC')$ .

### Testul 6

A. 1. Dacă  $\frac{a}{b} = 0$ , (6), atunci  $\frac{a^2}{a^2 + 2b^2} = \dots$

2. Dintre  $3 \cdot 2^{210}$  și  $3^{141}$ , mai mare este ...

3. Aria unei sfere este  $169\pi$  cm<sup>2</sup>. Raza este ...

4. Viteza unui automobil este 90 km/h. Aceeași viteză în m/s este ...

5. Prețul unui obiect s-a mărit cu 25%. Cu cât la sută trebuie micșorat noul preț pentru a ajunge la prețul inițial?

6.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50$  se termină în ... zerouri.

7.  $\frac{11}{12} : \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{23} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{9} \right) \right] = \dots$

8. Fie  $\Delta ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $m(\hat{A}) = 150^\circ$ . Raportul  $\frac{S_{\Delta ABC}}{AB^2} = \dots$

9. Dacă  $8^n = a$ , atunci  $32^n = \dots$

B. 1. Fie  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = (2m - n)x + 2n - 3m$ ,  $m, n \in \mathbf{R}$ .

a) Determinați  $m, n$  dacă  $A(-1, 0)$  și  $B(2, -3)$  aparțin graficului funcției  $f$ .

b) Determinați punctele  $M(x, y) \in G_f$  cu proprietatea  $3|x| = 2|y|$ .

2. Fie  $ABCD$  un patrulater convex, iar  $M, N, P, Q$  mijloacele laturilor  $AB, BC, CD$  și  $DA$ .

a) Arătați că  $MNPQ$  este paralelogram;

b) Dacă  $AC = BD$ , arătați că  $MNPQ$  este romb.

3. Rezolvați inecuația  $|3x + 1| \leq 8$  în:

a)  $\mathbf{R}$  ; b)  $\mathbf{Z}$ ; c)  $\mathbf{N}$ .

### Testul 7

A. 1. Ultima cifră a numărului  $1 + 2 + 3 + \dots + 50$  este ...

2. Dacă  $\frac{1}{4a} = \frac{5b}{3}$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ , atunci  $ab = \dots$

3. Dacă  $x = y + \sqrt{1 - y^2}$  și  $y = -\frac{3}{5}$ , atunci  $x = \dots$
4. Fie  $ABCD$  trapez,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 7$  cm,  $CD = 4$  cm și înălțimea de 6 cm. Dacă  $AC \cap BD = \{O\}$ , atunci distanța de la  $O$  la  $AB$  este ...
5. Fețele laterale ale unei piramide patrulateră regulate sunt triunghiuri echilaterale de perimetru 18 cm. Volumul piramidei este ...
6. Ion și Vasile au împreună 18 ani. Ei vor avea împreună 50 ani peste ... ani.
7. Desfășurarea suprafeței laterale a unui cilindru circular drept este un pătrat de latură  $\pi$  cm. Aria totală a cilindrului este ...
8. Dacă  $x \in \mathbf{Z}$  și  $x^3 - x^2 + 3x - 3$  este număr prim, atunci  $x = \dots$
9. Dacă  $2a = 3b$  și  $\frac{a+9}{b-4} = 3$ , atunci  $ab = \dots$
- B.** 1. Un bazin poate fi umplut de un robinet în 4 h. Același bazin poate fi golit de un alt robinet în 20 h. Dacă bazinul este gol și se deschid simultan ambele robinete, în câte ore va fi umplut bazinul?
2. Fie  $a = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{30 - 12\sqrt{6}}$ .
- a) Arătați că  $a < 0$ ;
- b) Calculați  $a^2$ ,  $b^2$  și deduceți că  $a + b = 0$ .
3. Fie  $VABCD$  o piramidă patrulateră regulată. Dacă apotema piramidei este de 6 cm, iar  $\sphericalangle((VBC), (ABC)) = 60^\circ$ , se cere:
- a) să se arate că înălțimea piramidei  $VO$  are lungimea  $3\sqrt{3}$  cm;
- b) să se determine un punct  $I \in (VO)$  egal depărtat de  $(ABC)$  și  $(VBC)$ .

## Bacalaureat - teste pregătitoare

Gheorghe IUREA și Petru RĂDUCANU<sup>1</sup>

### Testul 1

1. Rezolvați ecuațiile:

$$\text{a) } 2\sqrt{\frac{x}{x-1}} + 2\sqrt{\frac{x-1}{x}} = 5; \quad \text{b) } 2\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} + 2\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} = 5.$$

2. În dezvoltarea  $(\sqrt{2^x} + \sqrt{2^{1-x}})^n$ , suma ultimilor trei coeficienți este 22. Suma dintre al treilea și al cincilea termen este 135. Determinați  $n$  și  $x$ .

3. Pe  $\mathbf{R}$  definim legea  $x * y = ax + by + cxy$ ,  $a, b, c \in \mathbf{R}$ . Determinați  $a$ ,  $b$ ,  $c$  dacă legea  $*$  este comutativă, admite elementul neutru  $-2$ , iar inversul lui 2 este egal cu  $-\frac{2}{3}$ .

4. Determinați numărul rădăcinilor reale ale ecuației  $\ln x = mx$ ,  $m \in \mathbf{R}$ .

5. Fie  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x \ln x + (1-x) \ln(1-x), & x \in (0, 1) \\ 0, & x \in \{0, 1\} \end{cases}$

<sup>1</sup> Profesori, Liceul "D. Cantemir", Iași