

# EXAMENUL DE CAPACITATE

## Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTA : La variantele 1-3 și 5-7 se acordă câte 5 puncte pentru fiecare, din primele 9 subiecte și 10, 15, 20 puncte pentru subiectele 10, 11, 12 (respectiv). La varianta 4 punctajul este același la subiectele 1-9, dar la ultimele 3 subiecte se acordă câte 15 puncte. La problemele 1-9 se scriu pe foaia cu subiectele numai rezultatele. La problemele 10-12 se scriu rezolvările complete.

### VARIANTA 1

- I. 1. Numărul de 5 ori mai mare decât 120 este ..... .  
2. Un pătrat cu latura de 6 cm are aria egală cu ....  $\text{cm}^2$ .  
3. 25% din 200 m reprezintă .... m.  
4. Cilindrul circular drept cu raza bazei de 5 m și înălțimea de 6 m are volumul egal cu ....  $\text{m}^3$ .  
5. Soluția reală a ecuației  $5x - 1 = 19$  este ..... .  
6.  $2,5 \text{ kg} = \dots \text{ g}$ .  
7. Un romb  $ABCD$  are  $m(\widehat{DAB}) = 30^\circ$ . Măsura în grade a unghiului  $CAD$  este egală cu .... .  
8. Fie  $F(X) = \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 + 1}$ . Atunci  $F(2) = \dots$  .  
9. Într-un triunghi  $ABC$  avem:  $m(\hat{A}) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in [BC]$ ,  $DB = 2 \text{ cm}$  și  $CD = 5 \text{ cm}$ . Lungimea înălțimii  $AD$  este egală cu ... cm.
- II. 10. Fie fracția  $\frac{a}{b}$ ;  $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$ . Suma dintre numărătorul acestei fracții și dublul numitorului său este 62. Dacă din numărător scădem 14 și la numărător adunăm 11 obținem, după simplificare,  $\frac{1}{3}$ . Determinați fracția  $\frac{a}{b}$ .  
11. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$ .  
a) Reprezentați grafic funcția.  
b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $f(x) + 5 < -2$ .  
c) Determinați coordonatele punctelor  $M(x; y)$  situate pe graficul funcției  $f$  care au proprietatea  $|y| = |x|$ .  
12. Desenați cubul  $ABCD A' B' C' D'$ . Fie  $AB = 4 \text{ cm}$ .  
a) Calculați perimetrul triunghiului  $AB'C$ .  
b) Calculați aria totală a piramidei regulate cu vârful în  $B$  și baza  $AB'C$ .  
c) Dacă  $M$  este mijlocul muchiei  $AB$ , calculați aria triunghiului  $MA'C'$ .

\* \* \* \*

### VARIANTA 2

- I. 1. Rezultatul calculului:  $(150 : 10 - 7) \cdot 3$  este ..... .  
2. Soluția reală a ecuației:  $2x - 3 = 5$  este .... .  
3. Într-un triunghi dreptunghic lungimile catetelor sunt de 3 cm și 4 cm. Lungimea ipotenuzei este egală cu .... cm.  
4. 30% din 250 kg reprezintă .... kg.

5. Sfera cu raza 3 m are aria egală cu ....  $m^2$ .
6. Împărțind  $P(X) = X^4 + 2X^3$  la  $Q(X) = X^2$  se obține câtul  $C(X) = \dots$ .
7. În dreptunghiul  $ABCD$  avem:  $AB = 6$  cm și  $BC = 12$  cm. Perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este egal cu .... cm.
8. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 2$ . Atunci  $f(-2) = \dots$ .
9. Suma tuturor muchiilor unui cub este de 60 cm. Muchia cubului este egală cu .... cm.

II. 10. Diferența a două numere este 34. Suma dintre triplul primului număr și dublul celui de-al doilea este 187. Aflați numerele.

11. Fie expresia:  $E(X) = \frac{2X+1}{X-1} : \left(1 - \frac{3X^2}{1-X^2}\right)$ .

a) Arătați că  $E(X)$  poate fi adusă la forma  $\frac{X+1}{2X-1}$ .

b) Aflați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $E(a)$  nu are definită valoarea.

c) Determinați  $b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $E(b) = 2$ .

12. Desenați o prismă patrulateră regulată dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$ . Fie latura bazei  $AB = 10$  cm și înălțimea  $AA' = 20$  cm.

a) Calculați aria laterală a prisme;

b) Calculați volumul piramidei regulate cu vârful în centrul pătratului  $A' B' C' D'$  și baza  $ABCD$ .

c) Fie  $M \in [AA']$  și notăm  $MA = a$ . Să se determine  $a$  astfel încât  $MB \perp C'B$  sau  $MC' \perp BC'$ .

\* \* \* \*

### VARIANTA 3

- I. 1. Rezultatele calculului:  $(90 : 10 - 7) \cdot 2$  este ....
2. Media aritmetică a numerelor 17 și 15 este ....
3. Într-un triunghi dreptunghic catetele au lungimile de 6 m și 8 m. Lungimea ipotenuzei este egală cu .... m.
4. Soluția reală a ecuației:  $8x + 5 = 13$  este ....
5. În paralelogramul  $ABCD$ ,  $m(\hat{A}) = 40^\circ$ . Măsura în grade a unghiului  $B$  este ....
6. Fie proporția:  $\frac{3}{a} = \frac{b}{12}$ . Produsul  $a \cdot b$  este egal cu ....
7. Un dreptunghi are lungimea de 6 cm și lățimea de 4 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu .... cm.
8. După simplificare, fracția  $\frac{3(X-2)}{X^2-4}$  are forma ....
9. Un tetraedru regulat are muchia egală cu 4 cm. Aria totală a tetraedrului este egală cu ....  $cm^2$ .

II. 10. Suma a două numere naturale este 212. Aflați numerele știind că împărțind numărul mai mare la cel mai mic obținem câtul 3 și restul 4.

11. Fie polinomul:  $P(X) = X^3 + 4X^2 - X - 4$ .

a) Descompuneți  $P(X)$  în factori de gradul întâi.

b) Efectuați împărțirea polinomului  $P(X)$  la polinomul  $X^2 + 2X - 3$ .

c) Înmulțind polinoamele  $P(X)$  și  $Q(X) = aX^2 + bX - 3$  se obține un polinom în care coeficientul lui  $X^4$  este 6, iar coeficientul lui  $X^3$  este 4.

Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ .

12. Desenați un con circular drept. Știind că raza conului este  $R = 9$  cm și volumul conului este  $V = 324\pi$  cm<sup>3</sup>, calculați :

- Înălțimea conului ;
- Aria totală a conului ;
- La ce distanță de vârful conului se poate duce un plan paralel cu baza astfel încât aria laterală a conului mic să fie egală cu aria laterală a trunchiului de con format.

\* \* \* \*

VARIANTA 4

- I. 1. Rezultatul calculului  $(120 : 12 - 3) \cdot 5$  este ... .
2. Cubul cu muchia de 10 cm are volumul egal cu .... cm<sup>3</sup>.
3. Soluția reală a ecuației:  $7x + 5 = 19$  este .... .
4. Media aritmetică a numerelor 21 și 15 este egală cu .... .
5. 2180 dm = ..... m.
6. Paralelogramul  $ABCD$  are  $m(\hat{A}) = 77^\circ$ . Măsura în grade a unghiului  $C$  este ....
7. Polinomul  $P(X) = X^2 + 3X$  descompus în factori de gradul I este  $P(X) = \dots$  .
8. Triunghiul echilateral cu latura de 5 m are perimetrul egal cu ..... m.
9. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2 cm, 3 cm și 6 cm. Lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu .... cm.
- II. 10. Un caiet costă 6 000 lei, iar o carte costă 18 000 lei.
- Cât costă 4 caiete ?
  - Maria are o bancnotă de 50 000 lei. Ea cumpără 2 caiete și 2 cărți (de același fel). Câți lei primește rest ?
  - Prețul unui caiet se mărește cu 20%, iar al unei cărți se micșorează cu 5%. Radu face mai multe colete. În fiecare colet el pune, în total 10 caiete și cărți. Dacă fiecare colet conține cel puțin 3 caiete și cel puțin 2 cărți, care este cea mai mică valoare (în lei) a unui colet ? Dar cea mai mare valoare (în lei) ?
11. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 4$ .
- Reprezentați grafic funcția.
  - Aflați aria triunghiului determinat de axele de coordonate și de graficul funcției.
  - Determinați  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $|x| \leq -7 - f(7)$ .
12. Desenați un trunchi de con circular drept. Razele trunchiului de con sunt de 6 cm și 2 cm, iar înălțimea lui este de 3 cm.
- Calculați volumul trunchiului de con.
  - Calculați aria laterală a trunchiului de con.
  - Fie generatoarea  $AA'$  ( $A$  situat pe cercul bazei mari) și  $P$  un punct pe înălțimea trunchiului astfel încât  $PA' \perp AA'$ . Calculați  $PO$ , unde  $O$  este centrul bazei mari.

\* \* \* \*

VARIANTA 5

- I. 1. Rezultatul calculului  $(230 : 23 - 7) \cdot 6$  este .... .

2. Media aritmetică a numerelor 90 și 10 este ....
3. Paralelogramul  $ABCD$  are diagonala  $AC = 88$  cm. Notăm cu  $O$  intersecția diagonalelor. Atunci  $AO = \dots$  cm.
4. Dacă trei saci cu ciment costă 120 000 lei, atunci zece saci cu ciment costă ..... lei.
5. Pătratul cu latura de 8 cm are aria egală cu ....  $\text{cm}^2$ .
6. Soluția reală a ecuației  $4x + 3 = 19$  este .....
7. Sfera cu raza de 3 cm are volumul de ....  $\text{cm}^3$ .
8. Forma cea mai simplă a expresiei  $(\frac{1}{2} - \frac{1}{X}) \cdot \frac{X}{X-2}$  este ....
9. Dreptunghiul cu perimetrul de 100 m are lungimea de 30 m. Lățimea dreptunghiului este egală cu .... m.

II. 10. Aflați două numere știind că primul număr este de trei ori mai mic decât al doilea și primul număr mărit cu 7 este egal cu jumătatea celui de-al doilea.

11. Se consideră polinomul  $P(X) = X^4 + 4X^3 + 5X^2 - 2X + 1$ .
  - a) Calculați  $P(1)$ .
  - b) Efectuați împărțirea polinomului  $P(X)$  la polinomul  $X^2 + 2X - 3$ .
  - c) Determinați numerele reale  $a, b, c$  și  $d$  astfel încât polinomul  $P(X)$  să se scrie sub forma :  $P(X) = (aX^2 + bX)^2 + (cX + d)^2$ .
12. Desenați o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$ . Fie latura bazei  $AB = 18$  cm, iar triunghiul  $VAC$  echilateral.
  - a) Calculați volumul piramidei.
  - b) Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă obținut ducând un plan paralel cu planul bazei piramidei la o treime din înălțime față de bază.
  - c) Fie  $P$  punctul pe muchia  $(VA)$  astfel încât suma lungimilor segmentelor  $(BP)$  și  $(DP)$  să fie minimă. Aflați această sumă.

\*   \*   \*   \*

### VARIANTA 6

- I. 1. Rezultatul calculului  $(80 : 8 - 3) \cdot 5$  este .....
2. Soluția reală a ecuației  $6x + 5 = 17$  este ....
3. Cubul cu latura de 3 cm are volumul egal cu ....  $\text{cm}^3$ .
4. 1 200 cm = .... m.
5. Rombul cu latura de 11 cm are perimetrul egal cu .... cm.
6. 30% din 2 000 lei reprezintă .... lei.
7. Conul circular drept cu raza bazei de 8 cm și generatoarea de 10 cm are aria laterală egală cu ....  $\text{cm}^2$ .
8. Media aritmetică a numerelor 5 și 7 este egală cu ....
9. În triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , avem  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $BD = 4\sqrt{3}$  și  $DC = 10\sqrt{3}$ . Lungimea înălțimii  $AD$  este egală cu .... cm.

II. 10.a) La un număr se adună 3. Rezultatul se înmulțește cu 5. Noului rezultat i se adaugă 3 și se obține 28. Care este numărul inițial?

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația :

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+2} - \frac{1}{3x+3} - \frac{1}{6x+6} = 0.$$

11. Fie fracția:  $F(X) = \frac{X^2 - 10X + 25}{X^2 - 25}$ .

- Efectuați împărțirea polinomului  $X^2 - 10X + 25$  la  $X + 2$ .
- Simplificați fracția  $F(X)$ .
- Determinați  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care numărul întreg  $F(a)$  are valoarea maximă.

12. Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată  $ABCA'B'C'$ . Fie  $AB = 24$  dm,  $A'B' = 12$  dm și înălțimea trunchiului  $h = 2$  dm.

- Calculați volumul trunchiului de piramidă.
- Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă.
- Notăm cu  $S$  vârful piramidei din care provine trunchiul și cu  $M$  mijlocul laturii  $AB$ . Calculați înălțimile trunchiului  $SMC$ .

\* \* \* \*

### VARIANTA 7

I. 1. Rezultatul calculului:  $(180 : 10 - 14) \cdot 6$  este ....

2. Un cilindru circular drept are raza  $r = 3$  cm și generatoarea  $g = 4$  cm. Volumul cilindrului este egal cu ....  $\text{cm}^3$ .

3. Soluția reală a ecuației  $4x + 5 = 17$  este ....

4. Rombul cu latura de 20 m are perimetrul egal cu .... m.

5. Fie polinomul  $P(X) = 2X^2 + 1$ . Atunci  $P(1) = \dots$

6.  $45,6$  m = .... cm.

7. Tetraedrul regulat cu muchia de 8 cm are aria totală egală cu ....  $\text{m}^2$ .

8. Media aritmetică a numerelor 10 și 2 este ....

9. În triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , avem  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $BD = 4$  cm și  $BC = 16$  cm. Lungimea catetei  $AB$  este egală cu .... cm.

II. 10. Un biciclist a parcurs distanța dintre două localități astfel :

în prima zi  $\frac{1}{3}$  din toată distanța, a doua zi  $\frac{2}{5}$  din rest, iar a treia zi restul de 60 km (rămăși după a doua zi). Calculați :

a) distanța dintre cele două localități ;

b) valoarea raportului dintre distanța parcursă în a doua zi și distanța parcursă în prima zi.

11. Fie expresia  $E(X) = \frac{3X+a}{X^2-3X} - \frac{X+b}{X^2-9}$ .

a) Descompuneți în factori ireductibili  $X^2 - 3X$  și  $X^2 - 9$ .

b) Determinați valorile reale ale lui  $a$  și  $b$  pentru care  $E(X)$  nu are valoarea definită.

c) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât forma cea mai simplă a lui  $E(X)$  să fie  $\frac{2}{X}$ .

12. Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată  $ABCA'B'C'$  cu baza mare  $ABC$ . Fie  $AB = 12$  dm,  $A'B' = 6$  dm și înălțimea trunchiului  $h = 3$  dm.

a) Calculați volumul trunchiului de piramidă.

b) Calculați aria laterală trunchiului de piramidă.

c) Fie  $O'$  centrul bazei mici și  $O$  centrul bazei mari. Calculați distanța  $PO$  știind că  $P$  este un punct pe dreapta  $OO'$  astfel încât  $PA = PA'$ .